"NÚMEROS RACIONAIS"
OS NÚMEROS E SEUS SIGNIFICADOS!

Você já parou para pensar o quanto usamos os números decimais no nosso cotidiano? Se você mexe com dinheiro, provavelmente usa de alguma forma esses números decimais.

Quando começamos a trabalhar com os números racionais, deparamo-nos com os **números decimais**, aqueles que possuem vírgula. Esses números possuem algumas características que merecem nossa atenção. Eles são formados por uma parte inteira e outra parte decimal, sendo que os números que estão do lado esquerdo da vírgula compõem a parte inteira, e os que estão à direita representam a parte decimal. Vejamos um exemplo:

É preciso saber operar com os números decimais, já que eles estão impregnados no nosso cotidiano.

Para somar ou subtrair números decimais, você deve colocar os números um abaixo do outro, de maneira que fique vírgula abaixo de vírgula, e executar a soma ou a subtração normalmente.

$$\begin{array}{r} 27{,}856 \\ +\ \ 3{,}947 \\ \hline 31{,}803 \end{array}$$

Vírgula abaixo de vírgula

Para multiplicar números decimais, você multiplica normalmente sem se preocupar com as vírgulas e depois acrescenta a vírgula de acordo com o total de casas decimais que havia na operação.

$$\begin{array}{r l} 5{,}96 & \leftarrow \text{2 casas decimais} \\ \times\ \ 2{,}3 & \leftarrow \text{1 casa decimal} \\ \hline 1788 & \\ +\ 1192\ \ & \\ \hline 13{,}708 & \end{array}$$

↑ Nº de casas decimais
2 + 1 = 3 casas decimais

$$4{,}875 \div 1{,}5$$

3 casas decimais ↑ ↑ 1 casa decimal

Para igualar o número de casas decimais, acrescentamos 2 zeros no 1,5 para que ambos os números tenham igual nº de casas decimais. Após isso, retiramos as vírgulas e executamos a divisão:

$$4{,}875 \div 1{,}500$$

$$\begin{array}{r|l} 4875 & 1500 \\ \cline{2-2} 3750 & 3{,}25 \\ 7500 & \\ (0) & \end{array}$$

Para dividir números decimais, temos que igualar o número de casas decimais (acrescentando zeros, quando for preciso).

Quando tiver mesmo número de casas decimais, retiramos a vírgula e executamos a divisão normalmente.

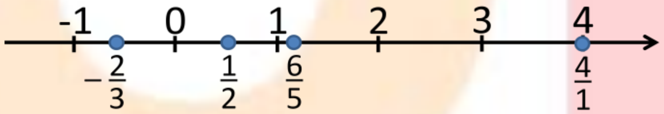
Operações com Frações

Uma fração é a uma forma de representar uma parte de algo inteiro. Por exemplo, a fração $\frac{3}{4}$ indica que algo foi dividido em 4 partes iguais e utilizou 3 partes delas. Outro exemplo, se você compra uma pizza grande, que está dividida em 8 partes, podemos dizer que cada fatia representa 1/8 da pizza inteira. Se você comer 3 fatias da pizza, é dito que você comeu 3/8 da pizza.

Portanto, uma fração $\frac{a}{b}$ representa a ideia de que o valor inteiro ***a*** foi dividido em ***b*** partes iguais. O valor ***a*** é chamado de <u>numerador</u> e o valor ***b*** é chamado de <u>denominador</u>.

Todo número decimal exato (com uma quantidade exatas de casas decimais) pode ser escrito na forma de uma fração, ao qual chamamos de fração decimal (o denominador dessa fração será uma potência de 10, por isso o nome fração DECIMAL). Por exemplo, o número 3,47 pode ser escrito na forma de fração. Observe que o número tem 2 casas decimais e, portanto, a fração decimal é dada por $\frac{347}{100}$. Os dois zeros no denominador coincide com o número de casas decimais. Outro exemplo: 15,128 é mesmo que a fração $\frac{15128}{1000}$. Do contrário, se tivermos uma fração da forma decimal, podemos transformá-la em número decimal. Observe: $\frac{54}{10000}$ pode ser escrito como um número decimal com 4 casas decimais (números de zeros no denominador), ou seja, 0,0054.

Além disso, toda fração tem uma posição na reta real (reta que guarda todos os números reais), e para descobrir a posição de uma fração na reta, basta dividir o numerador pelo denominador e localizar o resultado na reta. Por exemplo, as frações 1/2, 6/5, 4/1 e -2/3 podem ser representadas na reta real pelos seguintes pontos:



Para somar ou subtrair frações, temos dois casos: se os denominadores forem iguais (basta somar ou subtrair os numeradores e repetir o denominador); ou se os denominadores forem diferentes (calcular o MMC dos denominadores → dividir o MMC pelos denominadores e multiplicar o resultado da divisão pelos numeradores e depois executar a soma ou a subtração).

Exemplos: $\frac{2}{7}-\frac{4}{7}=$ $\quad$ $\frac{5}{3}+\frac{6}{4}=$

Para multiplicar duas frações, basta multiplicar numerador pelo numerador e denominador pelo denominador.

Exemplos: $\frac{2}{3}\cdot\frac{6}{8}=$ $\quad$ $5\cdot\frac{3}{10}=$

Para dividir duas frações, você deve repetir a primeira fração e multiplicar pelo inverso da segunda fração.

Exemplos: $\frac{2}{3}\div\frac{4}{18}=$ $\quad$ $\frac{\frac{15}{7}}{5}=$

Nº DECIMAIS

FRAÇÃO

Divisão em Partes Proporcionais

Ao dividirmos um valor em partes proporcionais, podemos nos deparar com duas situações: pode ser que a divisão seja em partes **DIRETAMENTE** proporcionais (quem tem mais partes, ganha mais); ou pode ser que a divisão seja em partes **INVERSAMENTE** proporcionais (quem tem mais partes, ganha menos).

Vejamos alguns exemplos:

Há divisões que são feitas de forma diretamente proporcional, por exemplo, um pai quer dividir entre seus filhos João, Pedro e Lucas um total de 46 chocolates de forma diretamente proporcional às suas idades que são: 4, 7 e 12 anos, respectivamente. Aquele que tem mais idade ganhará mais e aquele que tiver idade menor ganhará menos, já que é diretamente proporcional. Procedemos assim:

$$\frac{J}{4}=\frac{P}{7}=\frac{L}{12}=\frac{J+P+L}{4+7+12}=\frac{46}{23}=2\quad\begin{cases}\frac{J}{4}=2\Rightarrow J=2\cdot4\Rightarrow J=8\\ \frac{P}{7}=2\Rightarrow P=2\cdot7\Rightarrow P=14\\ \frac{L}{12}=2\Rightarrow L=2\cdot12\Rightarrow L=24\end{cases}$$

João, Pedro e Lucas receberão, respectivamente, 8, 14 e 24 chocolates.

. . .

Já outras divisões são resolvidas de forma inversamente proporcional, por exemplo, o chefe de um escritório deseja distribuir a seus três funcionários 11 tortas, baseando a distribuição nos seus salários. Para que essa divisão seja justa, pensando exclusivamente do ponto de vista econômico, o funcionário com o menor salário deve receber um número maior de tortas e aquele com maior salário deve receber um número menor de tortas. Essa divisão deverá ser feita utilizando as regras da divisão inversamente proporcional.

Então vamos dividir 11 tortas aos funcionários sabendo que:

- Funcionário A recebe um salário.
- Funcionário B recebe dois salários.
- Funcionário C recebe três salários.

Dividir o número 11 em partes inversamente proporcionais a 1, 2 e 3 é o mesmo que dividi-lo em partes diretamente proporcionais a 1, 1/2 e 1/3. Observe:

$$\frac{A}{1}=\frac{B}{\frac{1}{2}}=\frac{C}{\frac{1}{3}}=\frac{A+B+C}{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}=\frac{11}{\frac{11}{6}}=11\cdot\frac{6}{11}=6 \qquad \begin{cases}\frac{A}{1}=6\Rightarrow A=6\cdot 1\Rightarrow A=6\\ \frac{B}{1/2}=6\Rightarrow B=6\cdot\frac{1}{2}\Rightarrow B=3\\ \frac{C}{1/3}=6\Rightarrow C=6\cdot\frac{1}{3}\Rightarrow C=2\end{cases}$$

O funcionário que recebe 1 salário ganhará 6 tortas; o que recebe 2 salários, 3 tortas; o que ganha 3 salários receberá 2 tortas.

Razão

A razão entre dois números, **a** e **b**, nada mais é do que o quociente (resultado da divisão) entre esses dois números. Ou seja, $\frac{a}{b}$, com b ≠ 0.

Por exemplo, você já deve ter escutado alguma vez algo parecido com esse caso: **Numa empresa a relação entre o número de homens e mulheres é de 5/2.** Podemos afirmar que para cada 5 homens, existem 2 mulheres; ou que a cada 7 pessoas, 5 são homens; ou ainda que a cada 7 pessoas, 2 são mulheres.

Numa razão, o valor **a** (numerador da fração) é chamado de **antecedente** e o valor **b** (denominador da fração) é chamado de **consequente**.

Vejamos agora alguns exemplos de razões bem conhecidas no dia a dia de vocês:

Velocidade (Veloc. Média): é a razão entre a distância percorrida e o tempo necessário para percorrer esta determinada distância.

Ex.: Se a distância entre as cidades de Rio de janeiro e São Paulo é de, aproximadamente 357km e um determinado veículo leva 4h para percorrer esta distância podemos afirmar que a sua velocidade foi o quociente da divisão entre o espaço e o tempo.

$$\frac{357\ km}{4\ h}=89{,}25\ km/h$$

Densidade: é a razão entre a massa e o volume de um determinado corpo. Também é conhecida como massa volúmica, massa volumétrica e massa específica.

Ex.: Uma caixa com algodão cuja massa é de 200g, ocupa o volume de 2000 cm³.

$$\frac{200\ g}{2000\ cm^3}=0{,}1\ g/cm^3$$

Note que se a unidade de massa é indicada em g (gramas) e o volume em cm³ (centímetros cúbicos), a densidade será indicada como g/cm³(gramas por centímetros cúbicos).

Escala: é a razão entre a medida do desenho (mapa, fotografia, planta,...) e a medida real.

Ex.: Observe o mapa da Região Nordeste do Brasil cuja razão é 1:30.000.000

Isso significa que uma unidade de medida no mapa corresponde a 30 milhões de vezes maior no tamanho real.

Por exemplo, No mapa, medi a distância em linha reta entre Salvador e Teresina e achei 3,5 cm.

Considerando a escala citada, saberemos que a distância real será 30 milhões de vezes maior que 3,5 cm, ou seja, 30.000.000 x 3,5 cm = 105.000.000 cm ou 1050 km. Claro que estamos falando de valores aproximados.

Proporção

Proporção é a igualdade entre duas ou mais frações (razões) equivalentes.

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=k$, onde k é chamado de **constante de proporcionalidade.**

Em toda proporção $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ (Lê-se: "a está para b assim como c está para d"), dizemos que

→ a e c são os antecedentes.
→ b e d são os consequentes.
→ a e d são os extremos.
→ b e c são os meios.

Existe uma relação entre os termos da proporção ao qual chamamos de Propriedade fundamental da Proporção, que diz que:

O produto (*resultado da multiplicação*) dos meios é igual ao produto dos extremos.

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Leftrightarrow \underbrace{a\cdot d}_{\substack{\text{Produto}\\\text{dos}\\\text{Extremos}}} = \underbrace{b\cdot c}_{\substack{\text{Produto}\\\text{dos}\\\text{Meios}}}$$

Por exemplo: Sabe-se que hoje a razão da idade de um pai para seu filho é de 5:2. Se o Pai tinha 21 anos quando o filho nasceu, como poderíamos descobrir a idade atual de seu filho?

Vamos a resolução: Percebemos que a diferença de idade entre pai e filho será sempre de 21 anos. Portanto, se considerarmos a idade do filho como **x** anos, seu pai terá **x + 21** anos.

$$\frac{5}{2}=\frac{x+21}{x} \Leftrightarrow \underbrace{5\cdot x}_{\substack{\text{Produto}\\\text{dos}\\\text{Extremos}}} = \underbrace{2\cdot(x+21)}_{\substack{\text{Produto}\\\text{dos}\\\text{Meios}}} \Leftrightarrow 5x=2x+42 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 5x-2x=42 \Leftrightarrow 3x=42 \Leftrightarrow x=\frac{42}{3} \Leftrightarrow x=14$$

Razão
Proporção