

§4-4 全反射

範例：

1. 光線從折射率 1.5 的玻璃射向空氣，入射角 θ 略大於臨界角 θ_c ，若將入射角 θ 固定，

而在玻璃表面有一層 $n = \frac{4}{3}$ 的水膜，則光線將會如何傳遞？

① $\sin \theta \geq \sin \theta_c = \frac{1}{1.5}$
 $\sin \theta \geq \frac{2}{3}$

② $\text{玻璃} \rightarrow \text{水}, \sin \theta_c (\text{玻} \rightarrow \text{水}) = \frac{\frac{4}{3}}{1.5} = \frac{8}{9}$
 $\sin \theta = \frac{2}{3} < \frac{8}{9} = \sin \theta_c (\text{玻} \rightarrow \text{水}) \Rightarrow \text{折射}$
 $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow \frac{3}{2} \sin \theta = \frac{4}{3} \sin \phi$
 $\Rightarrow \sin \phi = \frac{9}{8} \sin \theta = \frac{9}{8} \times \frac{2}{3} = \frac{3}{4}$

③ $\text{水} \rightarrow \text{玻璃}, \phi \rightarrow \theta$

④ $\text{水} \rightarrow \text{air}, \sin \theta_c (\text{水} \rightarrow \text{air}) = \frac{3}{4}$
 $\Rightarrow \sin \phi \geq \frac{3}{4} \Rightarrow \text{全反射}$

2. 光由空氣（折射率為 1）以入射角 θ 射入方形透明玻璃磚內，且希望光線在玻璃的垂直面作全反射（如右圖），則此玻璃磚之折射率最少應為_____。

① A 點: $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$
 $1 \cdot \sin \theta = n \sin \phi$
 $\sin \phi = \frac{\sin \theta}{n}$

② B 點 $\sin(90^\circ - \phi) > \sin \theta_c$
 $\Rightarrow \cos \phi > \frac{1}{n}$
 $\Rightarrow \frac{\sqrt{n^2 \sin^2 \theta}}{n} > \frac{1}{n}$
 $\Rightarrow n^2 \sin^2 \theta > 1 \Rightarrow n > \sqrt{1 + \sin^2 \theta}$

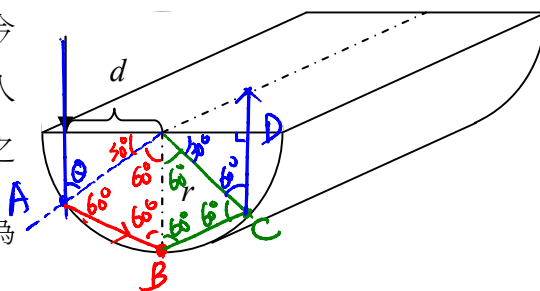
3. 光線由空氣射入一物體中（如右圖）。設物體內介質 1 之折射率為 n_1 ，介質 2 之折射率為 n_2 ，而且 $n_1 > n_2 > 1$ 。若光在介質 2 與空氣的界面上發生全反射，則入射角 α 的正弦值 $\sin \alpha$ 最大可等於_____。

① A 點: $1 \cdot \sin \alpha = n_1 \sin \beta \Rightarrow \sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n_1}$

② B 點: $n_1 \sin(90^\circ - \beta) = n_2 \sin \gamma$
 $n_1 \cdot \frac{\sqrt{n_1^2 \sin^2 \alpha}}{n_1} = n_2 \sin \gamma \Rightarrow \sin \gamma = \frac{\sqrt{n_1^2 \sin^2 \alpha}}{n_2}$

③ C 點: $\sin \gamma > \sin \theta_c$
 $\Rightarrow \frac{\sqrt{n_1^2 \sin^2 \alpha}}{n_2} > \frac{1}{n_2} \Rightarrow n_1^2 \sin^2 \alpha > 1$
 $\Rightarrow \sin \alpha < \sqrt{n_1^2 - 1} \Rightarrow \sin \alpha \text{ 最大為 } \sqrt{n_1^2 - 1}$

4. 半徑為 r 的透明半圓柱體，置於空氣中。今有一光束從此半圓柱體之平面部份垂直射入（如右圖所示），射入點距離圓柱體對稱軸之距離為 d ， $d = \frac{\sqrt{3}}{2}r$ 。若半圓柱體的折射率為



$\sqrt{2}$ ，則從半圓柱體射出的光線對原入射方向之偏向角為_____。

[85 日大]

① $d = \frac{\sqrt{3}}{2}r \Rightarrow \theta = 60^\circ$

$\sin \theta_c = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \theta_c = 45^\circ$

$\Rightarrow \theta > \theta_c$

$\Rightarrow$ A 處全反射

② B 處繼續全反射

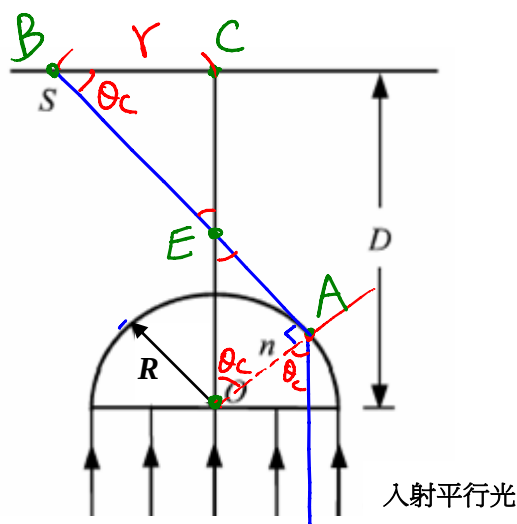
③ C 處 " "

④ D 處垂直界面射出

⑤ 偏向角 = 180° ✗

5. 一束截面為圓形（半徑為 R ）的平行單色光正面射向一玻璃半球的平面，如右圖所示，經折射後在屏幕 S 上形成半徑為 r 的亮區。若玻璃半球的半徑為 R ，折射率為 n ，屏幕 S 至球心 O 的距離為 D ($D > 3R$)，則 r 為何值？

[91 指考]

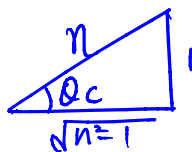


(A) $D - \frac{nR}{\sqrt{n^2 - 1}}$ (B) $D - \frac{R}{\sqrt{n^2 - 1}}$

(C) $D - \sqrt{n^2 - 1}R$ (D) $\sqrt{n^2 - 1}D - nR$

(E) $\sqrt{n^2 - 1}D - \frac{R}{n}$

① $\sin \theta_c = \frac{1}{n}$

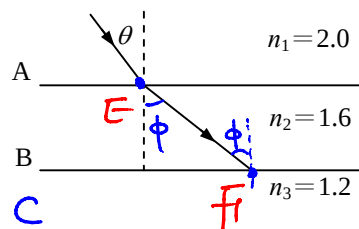


② $\triangle AEO$: $\overline{EO} = \frac{AO}{\cos \theta_c} = \frac{R}{\frac{\sqrt{n^2 - 1}}{n}} = \frac{nR}{\sqrt{n^2 - 1}}$, $\overline{CE} = D - \overline{EO} = D - \frac{nR}{\sqrt{n^2 - 1}}$

③ $\triangle CEB$: $\tan \theta_c = \frac{CE}{CB} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{n^2 - 1}} = \frac{D - \frac{nR}{\sqrt{n^2 - 1}}}{r}$

$\Rightarrow r = \sqrt{n^2 - 1}D - nR$ ✗

6. 如右圖，三平行介質之折射率分別為 2.0、1.6 及 1.2，一光束以入射角 θ 自 A 面入射，欲使入射光在 B 面產生全反射，則 θ 角之範圍為_____。



① E 處 $2 \cdot \sin \theta = 1.6 \sin \phi \Rightarrow \sin \phi = \frac{5}{4} \sin \theta$

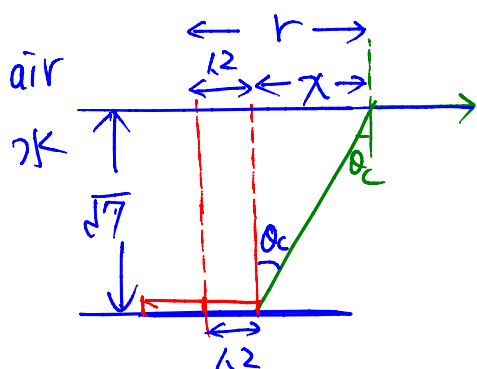
② F 處 $\sin \phi > \sin \theta_c = \frac{1.2}{1.6} \Rightarrow \frac{5}{4} \sin \theta > \frac{3}{4}$
 $\downarrow$
 $B \rightarrow C \Rightarrow \sin \theta > \frac{3}{5}$

$\Rightarrow \theta > 37^\circ$

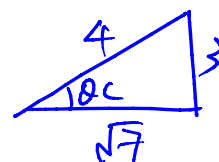
③ C 處不能全反射 $\Rightarrow \sin \theta < \sin \theta_c = \frac{1.6}{2} \Rightarrow \sin \theta < \frac{4}{5}$
 $\downarrow$
 $A \rightarrow B \Rightarrow \theta < 53^\circ$

④ $37^\circ < \theta < 53^\circ$

7. 水深 $\sqrt{7}$ cm 的水槽底部，有一半徑 1.2 cm 的金幣，若恰有一圓形木板浮於水面上，正好使水面上的觀察者，不管從哪一個角度都看不到金幣，則此圓板半徑至少為多少公分？（忽略金幣與圓板的厚度，水的折射率為 $4/3$ ）



① $\sin \theta_c = \frac{1}{n} = \frac{1}{4/3} = \frac{3}{4}$



② $x = \sqrt{7} \tan \theta_c = \sqrt{7} \times \frac{3}{\sqrt{7}} = 3$

③ $r = 1.2 + x = 4.2 \text{ (cm)}$