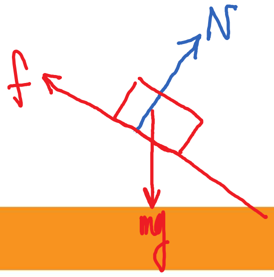


3-3 力矩

在園遊會或綜藝節目中抽獎時，為了增加娛樂效果，參加抽獎的來賓有時會被邀請去旋轉一個轉輪，以便決定他所能獲得的獎品。而為了要讓轉輪轉得夠快，來賓一定會儘量沿著轉輪的切線方向施力（圖 3-15 (a)），因為由生活中的類似體驗大家都知道，若是朝著轉輪的軸心方向去施力，則轉輪根本無法轉動（圖 3-15 (b)）。

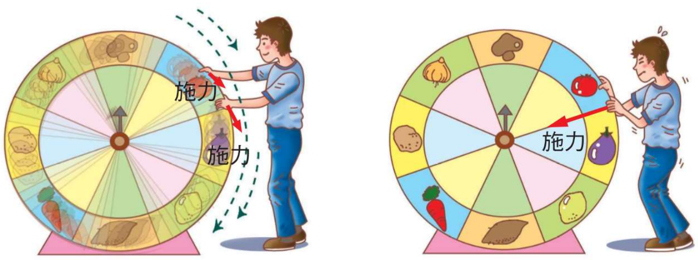


圖 3-15 (a)儘量沿著轉輪的切線方向施力才容易驅動轉輪；(b)朝著轉輪的軸心方向施力只會無法驅動轉輪。

以上的例子說明了，以相同量值的作用力施加於物體的一個點上時，該力對於特定轉軸所能夠造成的轉動效果是和施力方向有關。自施力點沿著施力方向前後延伸而成為一條施力線；轉軸到施力線的垂直距離稱為力臂（force arm），施力方向一定要儘量使得力臂為最長，如此才可以造成最大的轉動效果。圖 3-16 所顯示的，是將此概念應用到以扳手來旋轉螺釘之實例。

力臂

$\tau = dF$

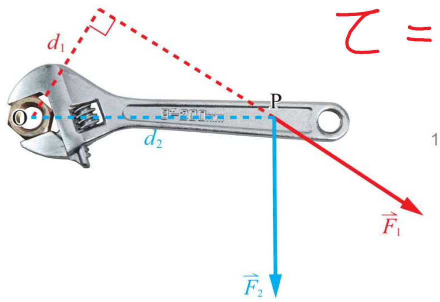
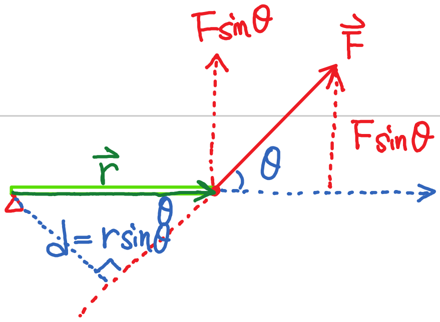


圖 3-16 $\vec{F}_1$ 與 $\vec{F}_2$ 作用力量值相等、但是方向不同，則它們所對應的力臂 d_1 與 d_2 也不相同。作用力的量值固定時，力臂愈長所造成的轉動效果愈大。（故圖中 $\vec{F}_2$ 的轉動效果比 $\vec{F}_1$ 大）



如果將力臂固定，則施力愈大所能造成的轉動效果也愈大。因為這個緣故，我們將力臂 d 和作用力量值 F 的乘積定義為**力矩**（torque），並以希臘字母 τ（讀為 tau）代表：

$$\tau = d\,F \qquad \text{3-2 式}$$

由此定義可以看出：在國際單位制中，力矩的單位為牛頓・公尺。在應用以上的公式時，我們一定要特別提醒自己：計算力臂時，一定要取轉軸到施力線的**垂直**距離。

如果將轉軸 O 至施力點 P 之間的距離記為 r，而作用力 $\vec{F}$ 與 $\overline{OP}$ 之間夾角為 θ（圖 3-17），則我們也可將力矩表示為

$$\tau = d\,F = (r\sin\theta)\,F = r\,(F\sin\theta)$$

由於作用力 $\vec{F}$ 可以被分解成沿著 $\overline{OP}$ 以及與之互相垂直之方向上的兩個分力，而 $F\sin\theta$ 剛好等於該垂直分力 $F_{\perp}$ 的量值，所以我們也可以將力矩寫成

$$\tau = r\,F_{\perp}$$

但從另一方面來說，圖 3-17 中的 d 其實也就是 $\overline{OP}$ 在與作用力垂直之方向上的投影，所以有時候我們會刻意改用符號 $r_{\perp}$ 來代表 d，以提醒自己這個觀察。於是，力矩就有以下兩種相當對稱的表示法（參看圖 3-17），即

$$\tau = r\,F_{\perp} = r_{\perp}\,F \qquad \text{3-3 式}$$

（請注意到 r 與 $F_{\perp}$ 互相垂直，而 $r_{\perp}$ 與 F 也是互相垂直。）

$\tau = (r\sin\theta)F = r_{\perp}F$
$= r(F\sin\theta) = r\,F_{\perp}$
$= rF\sin\theta$
向量外積
$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$
$= rF\sin\theta$，右手定則

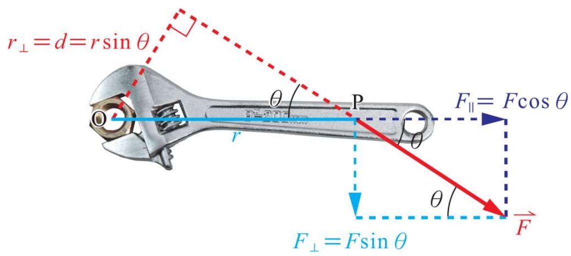
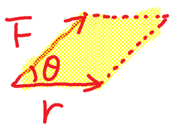


圖 3-17　利用不同方式計算力矩所需用到的物理量



範例 3-4

如圖 3-18 所示，在使用扳手時分別施以三個力 $\vec{F}_1$、$\vec{F}_2$ 以及 $\vec{F}_3$，則三者中何者對通過 O 點（螺絲所在位置）的轉軸所產生的力矩最大？何者最小？（圖中的虛線與 $\overline{OP}$ 平行）

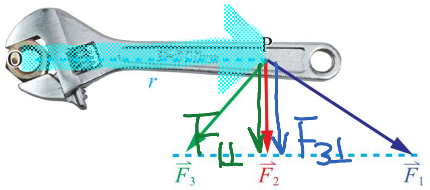


圖 3-18　在使用扳手時，若分別施以三力，則比較何者之力矩最大。

解答

由圖 3-18 可以看出：

$$F_{1\perp} = F_{2\perp} = F_{3\perp}$$

則因為 $\tau = rF_{\perp}$ 我們立刻看出此三個力雖然量值不等，但造成之力矩卻是相等的。

範例 3-5

當我們必須利用螺絲或者螺帽來將一些精密的儀器鎖緊時，說明書上通常都會載明必須以特定量值的力矩來旋緊螺絲。這樣做的原因是，若力矩不足，則螺絲容易鬆脫，而若力矩過大，則螺絲之螺紋容易變形，甚至於螺絲會斷裂。扭矩扳手（圖 3-19）便是因應這個需求而發明的：在將螺絲旋緊的同時，只要對照扳手上的刻度便可知道當時力矩的量值。

圖 3-19　扭矩扳手

在更換汽車輪胎後，我們也必須利用扭矩扳手來將螺絲適度地旋緊。假設說明書上載明須以 12 公斤重・公尺的力矩來旋緊螺絲，且手握扳手處與螺絲的距離為 45 公分，當施力的方向和扳手把柄的夾角為 60° 時（如圖 3-20 所示），試求手須施力多少？

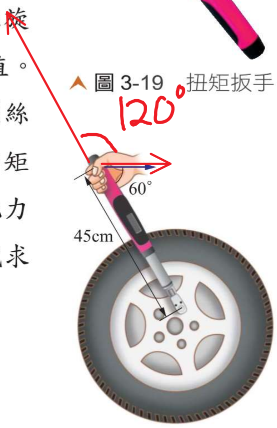


圖 3-20

解答

旋緊螺絲所需的力矩為 $\tau = rF\sin\theta$

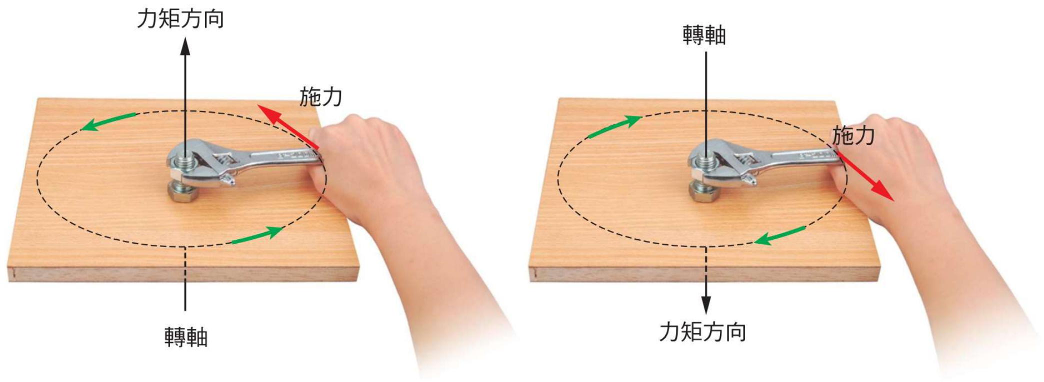
所以 $F = \dfrac{\tau}{r\sin\theta} = \dfrac{12\ \text{kgw}\cdot\text{m}}{(0.45\ \text{m})\sin 60^\circ} = 31\ \text{kgw}$

$\tau = rF\sin\theta$　　120°

$12\ \text{kgw}\cdot\text{m} = 0.45\ \text{m} \times F\sin\cancel{60^\circ}$

$\therefore F = 31\ \text{kgw}$ #

當轉軸固定之後，力矩不但有一個量值，而且有可能使物體產生順時針或逆時針方向的轉動。由此你可能想到：或許可以利用一個沿著轉軸方向的箭頭來代表力矩，使該箭頭的長短代表了力矩的量值，而箭頭的正反方向還可用以代表轉動的趨勢是順時針或逆時針方向，如圖 3-21 所示。換句話說，我們或許可以定義力矩使得它具有向量的特性。



(a)　　　　(b)

圖 3-21　原為靜止的扳手受力矩作用開始轉動，從上方往下看時：
(a) 若扳手作逆時針方向轉動，則所受力矩為方向沿軸向上。
(b) 若扳手作順時針方向轉動，則所受力矩方向為沿軸向下。

事實正是如此！不過要驗證力矩確實具有向量的特性卻需留待更高等的力學課程。在本書中，我們只討論順時針或逆時針方向的轉動，並依照傳統習慣，將逆時針方向的轉動定為正向。