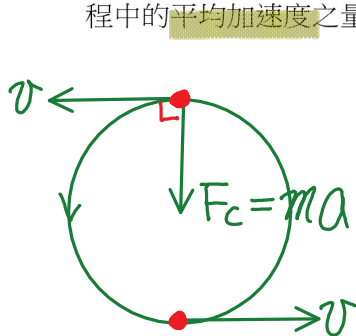


- ★ 3. 一小球作等速率圓周運動之向心加速度量值為 a ，當其恰轉過半周時，在此運動過程中的平均加速度之量值為何？



$$(1) a = \frac{v^2}{R} \Rightarrow v = \sqrt{aR}$$

$$= \frac{4\pi^2 R}{T^2} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{R}{a}}$$

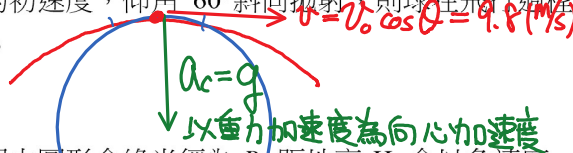
$$(2) a_{\text{平均}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{2v}{T/2} = \frac{4\sqrt{aR}}{2\pi\sqrt{R/a}} = \frac{2a}{\pi} \#$$

實力養成：

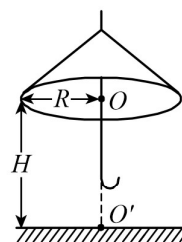
- 時鐘上秒針的角速度量值為多少？若秒針長 20cm，求 0~20 秒的平均加速度及瞬時加速度各為？
- 質量分別為 M_1 及 M_2 的 A、B 二車，各在半徑為 R_1 及 R_2 的圓周上作等速圓周運動，且於相同時間內繞行一周，回答下列問題：
 - A、B 二車的速率比為何？
 - A、B 二車的角速率比為何？
 - A、B 二車的向心加速度量值比為何？

$$a_c = \frac{v^2}{R}, \quad g = \frac{(v_0 \cos \theta)^2}{R}, \quad R = \frac{(v_0 \cos \theta)^2}{g} = 9.8(\text{m}) \#$$

3. 假如忽略空氣阻力的影響，重力加速度量值為 9.8 公尺/秒²，今將一球以 19.6 公尺/秒的初速度，仰角 60° 斜向拋射，則球在飛行過程中的最高點之曲率半徑為多少公尺？



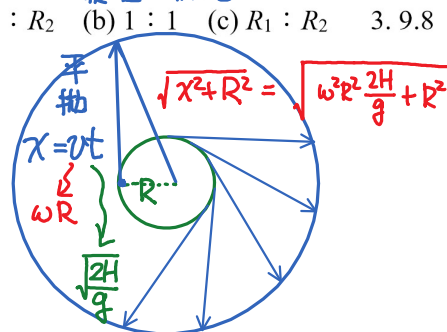
4. 右圖中圓形傘緣半徑為 R ，距地高 H ，傘以角速度 ω 繞轉軸 OO' 轉動，若傘上水滴沿傘緣切線方向飛出，落於地面上形成一個圓，求此圓半徑為何？



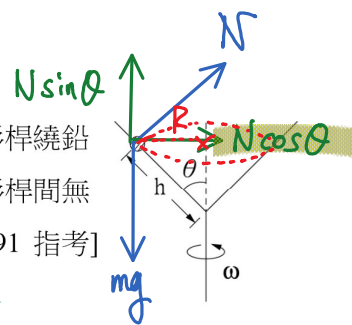
Ans: 1. $\pi/30 \text{ rad/s}$; $\frac{\sqrt{3}\pi}{30} \text{ cm/s}^2$; $\frac{\pi^2}{45} \text{ cm/s}^2$ 2.(a) $R_1 : R_2$ (b) 1 : 1 (c) $R_1 : R_2$ 3. 9.8

$$4. R \sqrt{1 + \frac{2\omega^2 H}{g}}$$

從空中俯視



7. 有一質量為 m 之小珠，串於 Y 形桿上，如圖所示，該 Y 形桿繞鉛直軸旋轉，使小珠維持於一固定長度 h 處。若小珠與 Y 形桿間無摩擦，則 Y 形桿旋轉的角速率 ω 為何？(重力加速度為 g)[91 指考]



$$\begin{cases} N \sin \theta = mg \\ N \cos \theta = m(\omega^2 R) \end{cases} \quad R = h \sin \theta$$

$$\Rightarrow \tan \theta = \frac{g}{\omega^2 R}$$

$$\therefore \omega = \sqrt{\frac{g}{R \tan \theta}} = \sqrt{\frac{g}{h \sin \theta \cdot \tan \theta}} \quad \#$$

實力養成： (動量 $\vec{p} = m\vec{v}$ 是下學期課程，相關選項可先略過)

- *1. 下列關於「等速率圓周運動」之敘述，何者為正確的？

(A)為等速率運動 (B)為等速度運動 (C)為等加速度運動
(D)受定力作用 (E)速度變化量量值不變

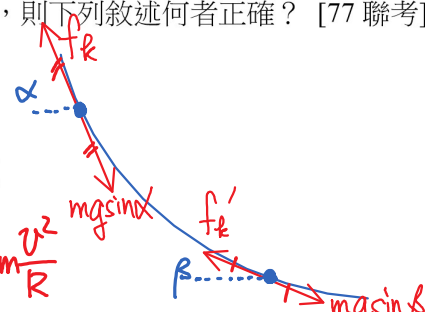
2. 下列有關等速圓周運動的敘述，何者正確？

[86 推甄]

(A)向心力持續作功，使之保持運動狀態 $\vec{F}_c \perp \Delta \vec{r}$ 不作功
(B)向心力產生向心加速度，使運動方向改變 $\swarrow$ 半徑方向(法線方向)
(C)如果向心力突然消失，物體將沿徑向，向外射出 $\swarrow$ 應是速度切線方向
(D)等速圓周運動的速度是保持不變的 $\swarrow$ 量值不變但方向改變

3. 一物體沿一圓弧形軌道自上端以等速率下滑，則下列敘述何者正確？ [77 聯考]

(A)物體與軌道間的摩擦力量值不變 $\swarrow$ 隨 $mg \sin \theta$ 改變
(B)物體所受的合力為零 $\swarrow$ 合力提供向心力
(C)因等速率下滑，故物體動量($\vec{p} = m\vec{v}$)守恆 $\swarrow$ 動量是向量
(D)物體所受的合力量值不變，但方向改變 $\swarrow$ 向心力 $F_c = m \frac{v^2}{R}$
(E)物體的水平速度不變 $\swarrow$ $v \cos \theta$

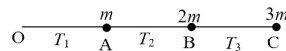


4. 一輛汽車在彎道半徑為 R 的水平路面上行駛，輪胎與路面的靜摩擦係數為 μ ，若欲使車子不向外側滑，則車子沿彎道行進之最大速率為_____。

Ans: 1.AE 2.B 3.D 4. $\sqrt{\mu g R}$

5. 右題圖中有長度為 3ℓ 的細繩，自一端 O 點起，每隔 ℓ

長繫住一物體，共有 A, B, C 三物體，質量分別為 m ,

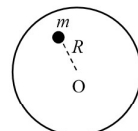


$2m, 3m$ ，然後放在光滑水平桌面上，使此三物體繞 O

點做同週期的等速圓周運動，圖中三段繩的張力比 $T_1:T_2:T_3 =$ _____。

6. 右圖中有一銅板，質量為 m ，置於水平轉盤上，與轉盤中心點 O 的距

離為 R ，銅板與轉盤間的靜摩擦係數為 μ_s ，動摩擦係數為 μ_k ，欲使銅板



在轉盤上不生相對運動，則轉盤的最大轉速為_____。(轉速是指每

秒鐘轉幾圈)

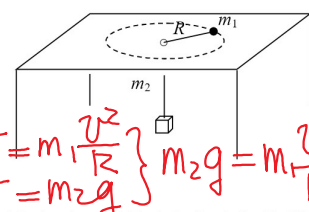
$$\mu_s mg = m\omega^2 R, \omega = \sqrt{\frac{\mu_s g}{R}}, \text{轉速} \left(\frac{2\pi}{\omega}\right)^{-1} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu_s g}{R}} \#$$

7. 右圖中，質量為 m_1 的物體置於光滑的水平桌面上，連接

一細繩，穿過桌面中心的光滑小孔，懸一質量為 m_2 的另

一物體，桌面上的 m_1 與桌上小孔相距 R ，欲使 m_2 保持靜

止，則 m_1 作等速圓周運動的速率為_____。



$$\begin{aligned} T &= m_1 \frac{v^2}{R} \\ T &= m_2 g \\ m_2 g &= m_1 \frac{v^2}{R} \\ v &= \sqrt{\frac{m_2 g R}{m_1}} \# \end{aligned}$$

8. 一條長 ℓ 的彈簧，一端固定，一端繫一質量為 m 的物體，使之在光滑水平面上作等

速率圓周運動，此時，彈簧總長度為 $\frac{4}{3}\ell$ ，若彈力常數為 k ，則此物體之速率為多少？

(A) $\frac{2\ell}{3} \sqrt{\frac{k}{m}}$

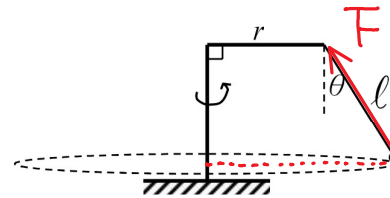
(B) $\frac{\ell}{2} \sqrt{\frac{3$

11. 如圖所示，長度為 r 的橫桿，一端連接轉軸、另一端連接一條長度 ℓ 、質量可以忽略不計的繩索，繩索之另一端繫一小重物。若此小重物和橫桿繞著轉軸做水平等速圓周運動時，繩索與鉛直方向的夾角為 θ ，則圓周運動的週期為何？ [89 研究]

(A) $\sqrt{\frac{4\pi^2 \ell \cos \theta}{g}}$ (B) $\sqrt{\frac{4\pi^2 (r + \ell \cos \theta)}{g}}$

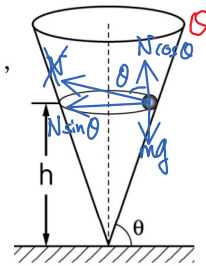
(C) $\sqrt{\frac{4\pi^2 (r + \ell \sin \theta)}{g}}$ (D) $\sqrt{\frac{4\pi^2 (r + \ell \cos \theta)}{g \tan \theta}}$

(E) $\sqrt{\frac{4\pi^2 (r + \ell \sin \theta)}{g \tan \theta}}$



$$\begin{cases} F \sin \theta = m \frac{4\pi^2 (r + \ell \sin \theta)}{T^2} \\ F \cos \theta = mg \end{cases} \Rightarrow \tan \theta = \frac{4\pi^2 (r + \ell \sin \theta)}{g T^2} \quad \#$$

- *12. 內壁光滑的圓錐筒固定不動，其軸線保持鉛直，如圖所示，錐面與地面夾角為 θ ，有一質量 m 之質點在錐內壁作水平等速圓周運動，距地面的鉛直高度為 h ，則



- (A) 質點的速率為 $\sqrt{gh}$ (B) 質點的週期為 $2\pi\sqrt{\frac{h}{g}}$ (C) 若質點的距地高度 h 愈小，角速率愈快 (D) 若質點的距地高度 h 愈小，其向心加速度愈大 (E) 質點所受的淨力與距地高度 h 無關。

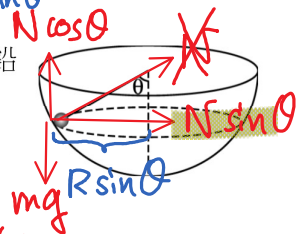
$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{v}{h \tan \theta}$$

$$= \sqrt{\frac{g}{h}} \frac{1}{\tan \theta} \propto \frac{1}{\sqrt{h}}$$

$$a_c = \frac{v^2}{r} = g \tan \theta$$

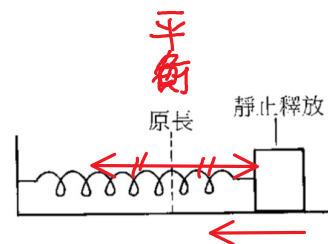
$$\text{向心力 } F_c = m a_c = mg \tan \theta$$

13. 一個小彈珠質量為 m ，在半徑為 $R=20\text{cm}$ 的光滑碗內，沿與鉛垂線夾角 $\theta=60^\circ$ 的水平面上，作等速率圓周運動，如圖所示，則小球角速度大小為



- (A) 10 rad/s (B) 11 rad/s (C) 12 rad/s (D) 13 rad/s。

- *5. 某物體置於光滑水平面上，與彈簧的一端相連接，今於原長處拉動一段距離（在彈性限度內）後釋放，則在物體尚未通過原長處時：



(A) 伸長量愈小，彈力變小，所以速率變小 ✗ 仍然在加速

(B) 承(A)，加速度量值變小 ✗ $F = kx \propto x$

(C) 作變加速度運動 ✗

(D) 運動至原長處和釋放處中點時，速率為最大速率的 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 倍 ✓

$$v = \omega \sqrt{R^2 - \left(\frac{R}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \omega R = \frac{\sqrt{3}}{2} v_{\max}$$

(E) 承(D)，加速度量值為最大加速度量值的 $\frac{1}{2}$ 倍 ✓

$$a = \omega^2 \frac{R}{2} = \frac{1}{2} \omega^2 R = \frac{1}{2} a_{\max}$$

實力養成：

$$v = \pm \omega \sqrt{R^2 - x^2} \quad \left(\frac{v}{\omega R}\right)^2 + \left(\frac{x}{R}\right)^2 = 1 \text{ 橢圓}$$

- *1. 有關質點作簡諧運動之敘述何者正確？

(A) 速率對位置的函數圖形為橢圓 ✓ (B) 質點作週期運動 ✓ (C) 質點受定力作用 ✗ $F = -kx$ 變力

(D) 加速度方向恒指向平衡點 ✓ (E) 質點加速度量值最大時，速率最大 ✗ $a = -\omega^2 x$ 平衡點

2. 一物體作簡諧運動，其位置與時間關係為： $x(t) = 0.25 \sin(0.50t)$ 公分，式中 t 以秒計，則該物體之最大加速度的量值為 _____ 公分/秒²。

$$a_{\max} = \omega^2 R = \frac{1}{16} \text{ (cm/s}^2\text{)} \quad \text{[90 聯考]} \quad \#$$

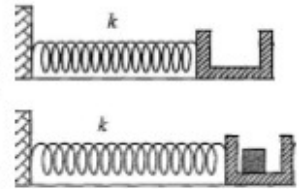
3. 作簡諧運動的物體其位置與時間的關係為 $x = 8 \sin\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{6}\right)$ (SI 制)，則由運動開始 ($t = 0$) 至平衡點費時至少要多少秒？

(A) 0.5 秒 (B) 1 秒 (C) 1.5 秒 (D) 2.0 秒 (E) 2.5 秒

$$|v| = \omega \sqrt{R^2 - x^2} \quad \begin{cases} 3 = \omega \sqrt{R^2 - 8^2} \\ 4 = \omega \sqrt{R^2 - 6^2} \end{cases} \Rightarrow R = 10 \text{ (m)} \Rightarrow |a_{\max}| = \omega^2 R = 2.5 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

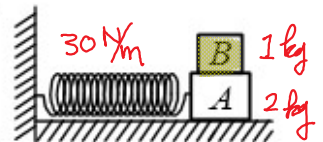
8. 某物體作簡諧運動，當位移量值為 8 公尺時，速率為 3 公尺/秒；位移量值為 6 公尺時，速率為 4 公尺/秒，則其最大加速度量值為 2.5 公尺/秒²。

9. 在光滑水平面上，將一質量為 450 g 的金屬盒繫在理想彈簧的一端，彈簧的另一端固定於鉛直牆壁。當空盒左右振動時，測得盒的振盪頻率為 15 Hz；若將某物體固定在盒中，再測得左右振動的頻率變為 5 Hz，則該物體的質量為多少 g？



- (A) 4050 (B) 3600 (C) 1350 (D) 900 (E) 50

10. 彈簧振子 A 的質量為 2 公斤，彈簧的彈力常數為 30 牛頓/公尺，在振子上面放置一個質量為 1 公斤的木塊 B，如圖。使木塊與振子一起在光滑水平面上作簡諧運動，振子與木塊間的靜摩擦係數 0.5，為了使振子與木塊間不發生滑動，則振幅的最大值為



- (A) 35 (B) 40 (C) 42 (D) 45 (E) 50 公分。

AB 一起振 $\omega = \sqrt{\frac{k}{m_A + m_B}}$ 頂多 $f_{s, \max}$ 產生 $a_{\max}$
 $\mu_s m_B g = m_B (\omega^2 R) \Rightarrow R = \mu_s g \frac{m_B + m_A}{k} = 0.5 \text{ (m)}$

11. 質量 $\frac{1}{3}$ 公斤之物在沿水平面上作簡諧運動，當 $t = 0$ 時距平衡點為 1 公尺處，速率為零，此時受力為 12 牛頓，則於任意時間 t 時，其速度 v 之函數為

- (A) $v = 2\pi \cos(2\pi t)$ (B) $v = 2\pi \sin(2\pi t)$ (C) $v = 6\sin(6t)$ (D) $v = 6\cot(6t)$

(E) $v = \frac{6}{\pi} \sin(2\pi t) + C$

$F = kx, k = 12 \text{ (N/m)}$

$v = \omega R \sin(\omega t)$
 $= 6 \sin(6t)$

$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 6 \text{ (1/s)}$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}, \quad \omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

近似 SHM

13. 擺長為 L 單擺，擺動振幅為 x ，且 $x \ll L$ ，若重力加速度為 g ，則當擺錘擺到最低點時，瞬時速率為

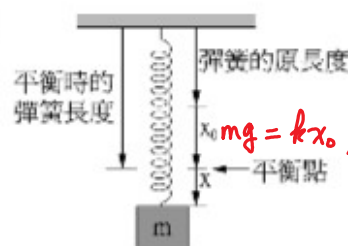
(A) $\sqrt{\frac{g}{L}}x$ (B) $\sqrt{\frac{g}{2L}}x$ (C) $\sqrt{\frac{2g}{L}}x$ (D) $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{L}}x$ (E) $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{2L}}x$

平衡點 $v_{\max} = \omega R$
 $= \sqrt{\frac{g}{L}}x$ #

※ 99 課程綱要：只討論水平彈簧的運動，不討論鉛直彈簧的運動。

以下題目僅供有興趣的同學參考。

14. 如圖所示，一鉛直懸掛的輕彈簧（力常數為 k ），其上端繫在天花板上，下端繫一質量為 m 之物體。起先將物體托住使彈簧回復至彈簧原長處，再使之從靜止開始自由落下，則物體將作上下的往復振動。若不計摩擦力，重力加速度為 g ，則：



(1) 物體振動週期為

$2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ 和水平 SHM 一樣

(2) 物體的最大速率為

$v_{\max} = \omega x_0$

$= \sqrt{\frac{k}{m}} \frac{mg}{k} = g\sqrt{\frac{m}{k}}$ #

15. 一彈簧鉛直繫於天花板下，且下端繫一木塊並作簡諧運動，當木塊離平衡點的位移量值為最大位移量值的 $\frac{3}{5}$ 時，其加速度量值為最大加速度量值的 $\frac{3}{5}$ 倍。

$a = -\omega^2 x \propto x$

和水平 SHM 完全一樣

16. 如附圖所示，擺長為 l 的單擺安置在傾角為 α 的光滑斜面上，設重力加速度為 g ，這個單擺的週期 $T =$ _____。

$2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g \sin \alpha}}$ #

