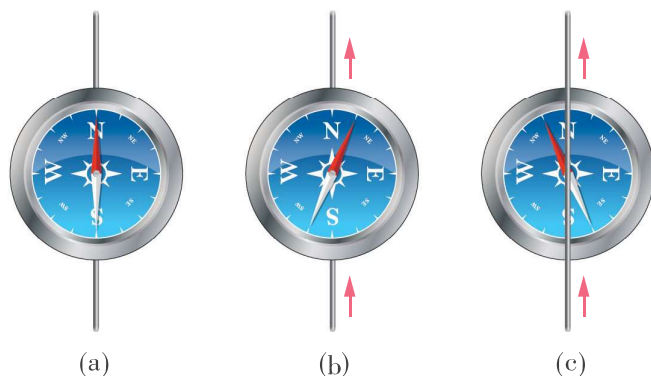


東西方對於磁的現象發現均甚早，中國在春秋戰國時期就製作「司南」（利用磁石用以指向南北方向的裝置），後經改良作為指南針，並傳入西方。由於指南針對於古時候航海，貿易，戰爭和文化交流具有重大的影響，故被列為中國的四大發明之一。

1269 年，法國的馬理古（Pierre de Maricourt，生卒年不詳）對磁現象進行有系統的研究。他用小磁針在球形磁石表面上移動並描繪其指向，獲得類似地球子午線的曲線，這些曲線匯集在磁石的兩個端點上，他稱之為磁極。英國人吉爾伯特（本書第六章曾提過）繼續馬理古的研究並予以擴展，於 1600 年出版《論磁石、磁鐵、和最大的磁石——地球》一書，為磁學的研究揭開新的一頁。書中明白揭示磁與電的許多差異，並指出地球本身具有磁性，相當於一個大磁鐵，磁針因為地磁的作用而能指引方向。

在吉爾伯特之後的兩百年間，電學和磁學分別獨立地發展著。這段期間有人發現磁針會受到閃電或其他放電的現象而偏轉。1731 年 7 月有一英國商人將許多湯匙和刀叉放在箱子內，突然狂風暴雨，雷電交加，落雷擊中箱子，後來發現箱內的湯匙和刀叉竟然能吸引鐵釘。美國人富蘭克林想到，既然閃電可以使鐵質材料磁化，那來頓瓶的電荷如果放電的話，也應該可以使鐵質材料磁化，1751 年他果然成功作出來頓瓶放電使鋼針磁化的實驗。於是人們認為電和磁之間可能有某種關連，並開始正視此一問題，也有人認為這就是電流造成的結果。

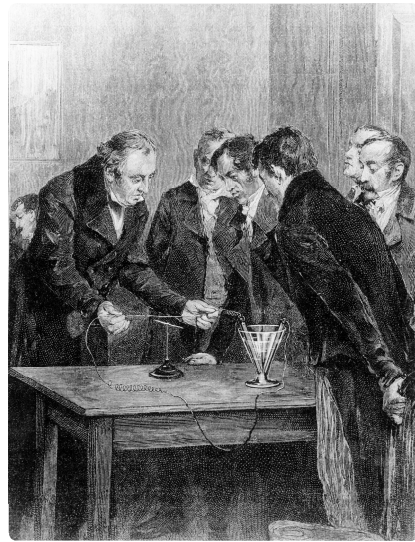
十九世紀初，伏打發明了電池，電池可以提供穩定的電流來做實驗。這使得丹麥人厄斯特（Hans Christian Oersted，1777-1851）於 1819 至 1820 年間想到利用電流來做實驗，觀察導線通過電流時，能否對旁邊的磁針產生影響。起初，他將導線安置與磁針垂直，結果磁針不受任何影響。最後他將導線改為與磁針平行，果然看見磁針受到電流的影響而明顯偏轉，如圖 8-1 所示。



▲ 圖 8-1 (a)磁針沿地磁方向，導線未通電流，磁針不受影響；(b)導線通以電流，上方的磁針向右偏轉；(c)將磁針改置於導線下方，磁針向左偏轉。

後來厄斯特使用更大的電流，多次重複此實驗，確認了導線通過電流時，會使附近的磁針偏轉，也就是電流在其周圍會產生磁場（如圖 8-2），厄斯特在 1820 年正式公開發表此一磁效應。

- 厄斯特的發現使得電和磁兩種現象有了
- 5 關連，開啟了一扇新的物理學的研究大門，吸引了許多科學家相繼投入電磁學的實驗與探討。但是厄斯特的發現是定性的，在定量上並無著墨。法國人阿拉戈（Francois Arago, 1786 -1853）在丹麥得知此訊息，兩
- 10 個月後在法國科學院報告了厄斯特的發現，掀起了法國科學家對電流磁效應研究的熱潮。一星期後，法國人安培（André-Marie Ampère, 1775-1836）提出了電流與所生磁場方向的關係（即安培右手定則），以及
- 15 電流通過的兩平行導線之間的作用力。又一個月後，法國的兩位科學家必歐（Jean-Baptiste Biot, 1774 - 1862）和沙伐（Felix Savart, 1791-1841）兩人在科學院會議中提出了導線通以電流時，導線周圍所建立的磁場的公式，即現在所稱的必歐—沙伐定律，展開了更進一步的研究與應用。
- 20 厄斯特的發現彷彿是點燃電磁學定律的火種，使許多重大發現如燎原般快速地展開。厄斯特發現電流的磁效應，開啟了電磁學理論的新紀元。本章即由介紹安培右手定則及必歐—沙伐定律開始，繼而討論電流與帶電質點在磁場中所受之作用力及其應用。



▲ 圖 8-2 厄斯特觀察到電流能使附近的磁針偏轉。

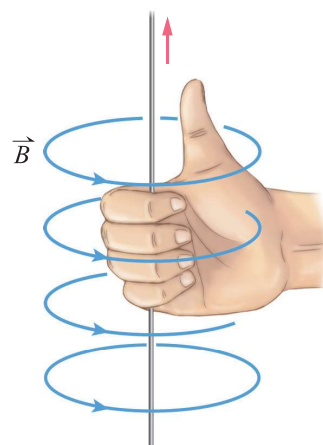
8-1 電流的磁效應

1. 安培右手定則

圖 8-3 中的導線通以電流，可以觀察到周圍的鐵屑受磁化而作同心圓狀排列，可見載流導線的周圍會產生磁場。安培提出電流與所生磁場方向的關係，如圖 8-4 所示，以右手握住導線，拇指伸出所指為電流方向⁵，其他四指彎曲為磁場在導線四周的方向，稱為安培右手定則。



▲ 圖 8-3 通過電流的導線會使附近的鐵屑大致排列成同心圓狀。



▲ 圖 8-4 安培右手定則。

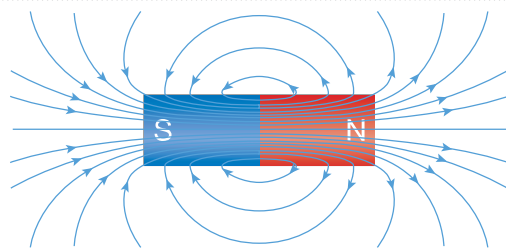
磁場與電場類似，都是向量，其符號為 $\vec{B}$ 。磁場的量值也可以用力線來表示，稱為磁力線。磁力線的密集程度與磁場量值成正比，而磁力線上某點的切線方向表示該位置磁場的方向，也就是磁針在此位置時 N 極所指的方向。

10



電力線與磁力線

我們可以透過電力線和磁力線的概念來描述空間各位置電場和磁場的方向與量值，但兩者有一很大的不同處，即靜電荷場源產生的電場中，電力線是起於正電荷，止於負電荷，不是封閉的；磁力線則為封閉的曲線。例如在圖 8-5 中，條形磁鐵外部的磁力線是由 N 極到 S 極，內部則由 S 極到 N 極，形成封閉曲線。

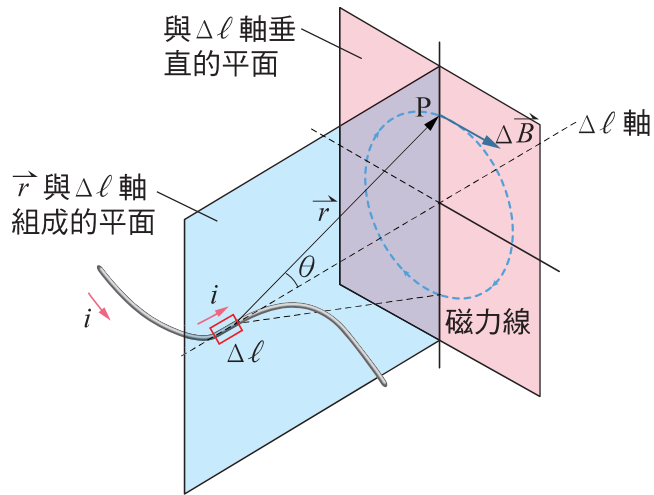


▲ 圖 8-5 條形磁鐵外部的磁力線是由 N 極到 S 極，內部則由 S 極到 N 極，形成封閉曲線。

2. 必歐－沙伐定律

一導線有電流通過，可以在空間中造成磁場。導線的每一小段對磁場的產生都有貢獻，必歐－沙伐定律（Biot-Savart law）就是描述其中任一小段電流在空間中某一點產生的磁場。有了一小段電流造成的磁場貢獻之後，然後依導線是直的或是不同的彎曲情形，再予以疊加就可以得到整個導線在此點所造成的磁場了。

如圖 8-6 所示，一導線有電流 i 通過，我們將依必歐－沙伐定律來討論其中一小段 $\Delta \ell$ 在 P 點造成磁場的貢獻 $\Delta \vec{B}$ 。 $\Delta \ell$ 長度甚小，至 P 點的距離為 r ，若以位置向量 $\vec{r}$ 表示，其方向為由 $\Delta \ell$ 至 P 點。 $\Delta \ell$



▲ 圖 8-6 電流的一小段 $\Delta \ell$ 在 P 點所生磁場 $\Delta \vec{B}$ 方向如圖中所示。

的延長線視為導線在此位置的切線，此切線可稱為 $\Delta \ell$ 軸。圖中藍色平面為 $\vec{r}$ 與 $\Delta \ell$ 軸構成的平面的一部分，而紅色平面與 $\Delta \ell$ 軸垂直亦與藍色平面垂直。如同安培右手定則，以右手握 $\Delta \ell$ 軸，拇指指向電流方向，則四指彎曲所指的方向即為磁場方向。所以 $\Delta \ell$ 產生的磁場中通過 P 點的磁力線為圖中紅色平面上的圓周，而 P 點處的磁場 $\Delta \vec{B}$ 之方向為圖中圓周在 P 點的切線方向，可見 $\Delta \vec{B}$ 的方向同時垂直於 $\vec{r}$ 與 $\Delta \ell$ 軸所構成的平面。 $\Delta \ell$ 有電流 i 通過，在 P 點產生磁場的貢獻為 $\Delta \vec{B}$ ， $i \Delta \ell$ 可視為 $\Delta \vec{B}$ 的場源，根據必歐和沙伐的研究得知， $\Delta \vec{B}$ 之量值與場源 $i \Delta \ell$ 成正比，且與 P 點至 $\Delta \ell$ 距離 r 的平方成反比，這與電場的情況類似，不同的是 $\Delta \vec{B}$ 的量值還與 $\sin \theta$ 成正比， θ 為 $\vec{r}$ 與 $\Delta \ell$ 軸的夾角（參考圖 8-6）。若以

數學式表示則為 $\Delta B \propto \frac{i \Delta \ell \sin \theta}{r^2}$ ，式中的比例常數通常寫為 $\frac{\mu_0}{4\pi}$ ，

即

$$\Delta B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i \Delta \ell \sin \theta}{r^2}$$

8-1 式

式中磁場量值 ΔB 的單位為特斯拉 (tesla, 符號為 T)，電流 i 的單位為安培，導線長度 $\Delta \ell$ 與距離 r 的單位均為公尺，而 μ_0 為一常數，稱為真空的磁導率 (magnetic permeability)，其值為

5

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A} = 12.57 \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$$

而 (8-1) 式中之比例常數 $\frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$ 。

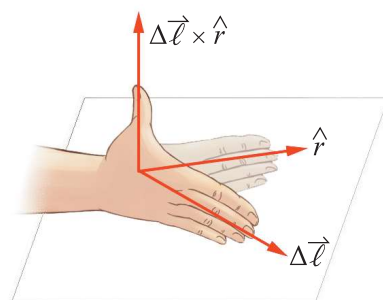
(8-1) 式僅表示磁場的量值，若欲同時表示磁場的量值和方向，則可方便地以下列的向量式表示之

$$\Delta \vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i \Delta \vec{\ell} \times \hat{r}}{r^2}$$

8-2 式

10

上式即為必歐 — 沙伐定律的內容。式中 $\hat{r}$ 為單位向量（無因次），其量值為 1，方向沿著位置向量 $\vec{r}$ ； $\Delta \vec{\ell}$ 為載流的線段向量，其量值為線段的長度 $\Delta \ell$ ，方向為流經其上的電流方向



15

▲ 圖 8-7 利用右手來決定向量積的方向。

向。 $\Delta \vec{\ell} \times \hat{r}$ 為 $\Delta \vec{\ell}$ 和 $\hat{r}$ 的向量積 (vector product)，其量值定義為

$$|\Delta \vec{\ell} \times \hat{r}| = |\Delta \vec{\ell}| |\hat{r}| \sin \theta = \Delta \ell \sin \theta$$

8-3 式

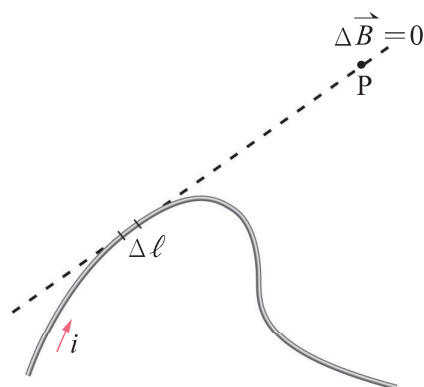
式中 θ 為兩向量之間的夾角（小於 180° ）。

20

$\Delta \vec{\ell} \times \hat{r}$ 的方向同時垂直於 $\Delta \vec{\ell}$ 和 $\hat{r}$ ，即垂直於此兩向量所構成的平面，也可由如圖 8-7 所示的方法決定之。先將四手指順著第一個向量 $\Delta \vec{\ell}$ 的方向伸直，然後以小於 180° 的角度彎向第二個向量 $\hat{r}$ ，則大拇指所指的方向即為向量積的方向。

註 特斯拉的定義將在第三節中說明。

由(8-3)式可知，當 $\Delta \vec{\ell}$ 和 $\hat{r}$ (或 $\vec{r}$) 平行時， $\theta = 0^\circ$ 或 180° ，其向量積為零，此一小段載流導線在其切線方向上任何位置沒有磁場的貢獻，如圖 8-8 所示。



▲ 圖 8-8 一小段載流導線在其切線方向任何位置沒有磁場的貢獻。

欲計算整個導線在空間中某位置產生的磁場時，我們將導線分成許多小段，先利用必歐—沙伐定律計算出導線上每一小段的磁場貢獻之後，再將這些小貢獻依向量相加的方法求和即可。不過計算的難易程度與導線的形狀有關，下一節我們將討論幾種不同幾何形狀的載流導線所產生的磁場。



磁場的單位 — 特斯拉

特斯拉 (Nikola Tesla, 1856-1943, 圖 8-9)

是出生於克羅埃西亞的科學家，移民美國成為美國公民。特斯拉在物理學有很大的成就，而且也是大發明家。最大的成就之一就是交流發電機的發明與交流電的使用。另外，替美國尼加拉發電站製造發電機組，此發電站至今仍是世界著名水力發電站之一。他還有其他許許多多的發明，例如無線傳訊、無線電遙控技術、收音機、雷達、傳真機、真空管、霓虹光管等等，因而造福了人類。為了紀念他，國際單位制中將磁場的單位以他來命名。

強度為 1 特斯拉的磁場是很大的。我們都知道地球有如一個大磁鐵，地球附近存在著磁場。地表的磁場大約為 5×10^{-5} 特斯拉左右，平常另取特斯拉的萬分之一做為磁場單位，稱為高斯 (gauss，符號為 G 或 Gs)，即

$$1 \text{ T} = 10^4 \text{ gauss}$$

臺北市的地磁約為 0.45 高斯 (即 4.5×10^{-5} 特斯拉)。

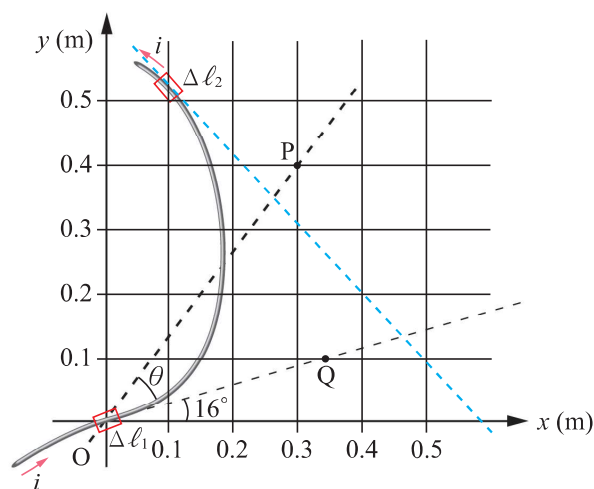


▲ 圖 8-9 23 歲時的特斯拉

範例 8-1

圖 8-10 中一導線的電流 i 為 10 A，導線通過原點處的一小段 $\Delta \ell_1$ 長度為 0.010 m，其切線方向與 x 軸成 16° ，則

- (1) $\Delta \ell_1$ 小段在圖中 P 和 Q 點造成的磁場量值和方向各為何？
- (2) 圖中導線上另有一小段 $\Delta \ell_2$ （圖中藍色虛線為 $\Delta \ell_2$ 的切線），此小段對於 P 點和 Q 點造成的磁場方向為何？



▲ 圖 8-10

[解答] (1) 設 $\Delta \ell_1$ 小段在圖中 P 點造成的

磁場為 $\Delta \vec{B}_1$ ，其量值 ΔB_1 為：

$$\Delta B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i \Delta \ell_1 \sin \theta}{r^2}, \text{ 式中的 } \theta \text{ 為 } \overrightarrow{OP} \text{ 與 } \overrightarrow{OQ} \text{ 兩方向的夾角，由圖}$$

中很容易看出 $\overrightarrow{OP}$ 方向與 x 軸的夾角為 53° ，故

$\theta = 53^\circ - 16^\circ = 37^\circ$ 。且 O 與 P 的距離為 0.50 m。

$$\text{故 } \Delta B_1 = (10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}) \frac{(10 \text{ A})(0.010 \text{ m}) \sin 37^\circ}{(0.50 \text{ m})^2} = 2.4 \times 10^{-8} \text{ T} \quad 15$$

由安培右手定則可知 $\Delta \vec{B}_1$ 的方向為垂直出紙面。

$\Delta \ell_1$ 小段在圖中 Q 點造成的磁場為零，因為 Q 點在 $\Delta \ell_1$ 的切線上，必歐一沙伐定律公式中的 θ 為零。

- (2) 由安培右手定則可知 $\Delta \ell_2$ 小段在圖中 P 點造成的磁場方向為垂直入紙面。在 Q 點造成的磁場方向則為垂直出紙面。

5

10

20