

§3-3 力矩

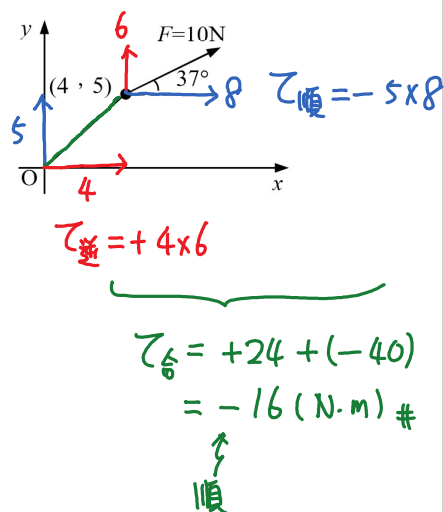
範例：

互相垂直 1. 在 $x-y$ 平面上，一力大小為 10 牛頓，朝與 x 軸夾角為 $+37^\circ$ 的方向作用，如右圖所示，施力點為(4 公尺，5 公尺)，求此力對原點所生之力矩量值。

$$\tau = \begin{cases} r F_{\perp} \\ r_{\perp} F \end{cases}$$

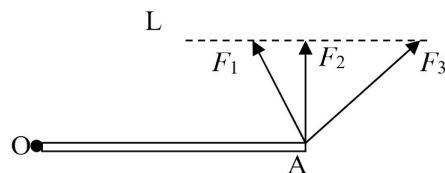
參考

$$\begin{aligned} \tau &= \vec{r} \times \vec{F} \\ &= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 4 & 5 & 0 \\ 8 & 6 & 0 \end{vmatrix} \\ &= -16 \hat{k} \end{aligned}$$



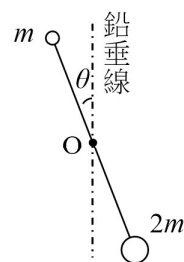
實力養成：

1. 如右圖所示，一木棒的一端固定於 O 點，在另一端施力分別為 F_1 、 F_2 、和 F_3 三力，三者中何者對通過 O 點的轉軸，所產生的力矩最大？何者最小？（圖中的虛線 L 與棒平行）



2. 一長度為 d ，質量可以略去的細桿，其中心點 O 固定，兩端各置有質量為 m 及 $2m$ 的質點；細桿與鉛垂方向之夾角為 θ （如右圖所示）。設重力加速度為 g ，則重力對 O 點所產生的力矩之量值為_____。

[87 聯考]



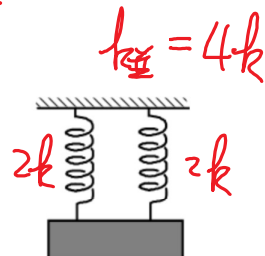
Ans: 1. 均相同 2. $\frac{1}{2}mgd \sin \theta$

§3-4 力學中的平衡觀念(1)：平移平衡

範例：

$$k \cdot \Delta L = mg, \Delta L = \frac{mg}{k}$$

加快囉 1. 將一重物懸吊於一質量可忽略的彈簧下，在鉛垂方向成平衡，此時彈簧的伸長量為 ΔL 。今將此彈簧由中間剪斷，利用被剪斷後的二彈簧將同一重物吊起，在鉛垂方向成平衡（如右圖所示）。若懸吊連接所耗去的長度可以忽略，則此彈簧組合被重物拉長了_____。



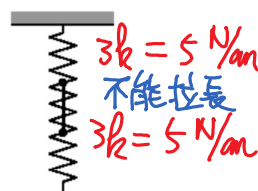
[87 聯考]

$$4k \cdot x = mg$$

$$\therefore x = \frac{mg}{4k} = \frac{\Delta L}{4} \#$$

$$k = \frac{10}{6} \text{ N/cm}$$

串聯還是並聯 2. 一自然長度為 30 公分的輕彈簧，以 10 牛頓的外力拉長時，其伸長量為 6 公分。若在該彈簧不受外力時，將其中間三分之一長度的首尾兩點，以 10 公分長的細繩扣住，如圖所示，再以同大的外力拉長時，其伸長量為下列何者（假設繩長不會因外力而變）？



[93 研究]

(A) 2 公分 (B) 3 公分 (C) 4 公分 (D) 5 公分 (E) 6 公分。

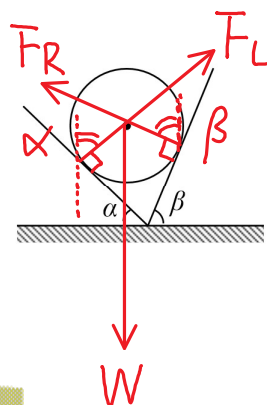
同樣受到 10 N 拉長 2 cm
不能拉長
拉長 2 cm } 總共 4 cm #

式子或圖 3. 一均勻圓球置於一水平 V 形槽中，其截面如圖所示。球與槽

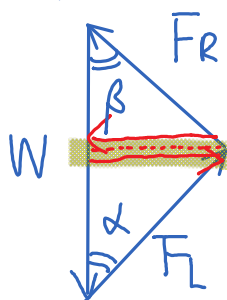
壁面間無摩擦力，則球作用於右壁之力 $\vec{F}_R$ 與作用於左壁之力

$\vec{F}_L$ 之量值比 $\frac{F_R}{F_L}$ 為 $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \#$

[90 聯考]

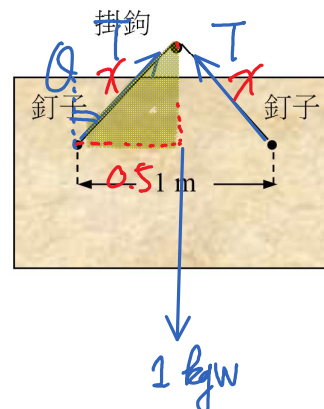


另解：

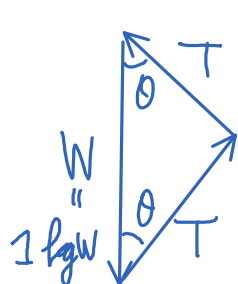


$$\begin{cases} F_L \cos \alpha + F_R \cos \beta = W \\ F_R \sin \beta = F_L \sin \alpha \\ \tau_{\text{順}} = \tau_{\text{逆}} = 0 \end{cases}$$

4. 小軒要在客廳裏掛上一幅 1 公斤重的畫(含畫框)，畫框的背面有兩個相距 1 公尺、位置固定的釘子。他將畫對稱的掛在牆壁的掛鉤上，掛繩最大可以承受 1 公斤重的張力，掛好後整條細繩呈緊繃的狀態(見圖)。假設細繩可以承受的最大張力與繩長無關，則細繩最少需要幾公尺才不至於斷掉？ [93 指考]



- (A) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ (B) $\frac{3}{2}$ (C) 2 (D) $\frac{5}{2}$ (E) $2\sqrt{3}$



$$\sum Y: 2T \cos \theta = 1$$

$$T = \frac{1}{2 \cos \theta} \leq 1 \quad \text{臨界值} \quad \begin{matrix} \text{max} \\ \text{min} \end{matrix}$$

$$\cos \theta = \frac{1}{2}, \quad \theta = 60^\circ$$

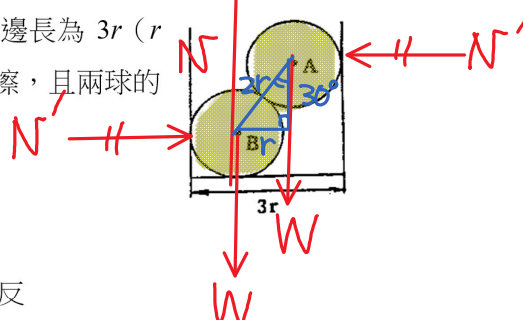
$$\therefore L = \frac{0.5}{\sin \theta} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

總長度(大於)等於 $\frac{2}{\sqrt{3}}$ m #

開始、畫圖上面較簡單

5. 如圖所示 A、B 兩球均重 W ，置於底部為正方形、邊長為 $3r$ (r 為 A、B 兩球之半徑) 之光滑容器中，不計任何摩擦，且兩球的球心在同一鉛直面上(如圖)，則下列何者正確？

- (A) 容器底作用於 B 球之力量值為 $2W$
 (B) A、B 兩球之相互作用力必在兩球球心連線上
 (C) 容器兩側對球所施的作用力量值必相等、方向相反
 (D) A、B 間之作用力量值為 $\frac{2\sqrt{3}W}{3}$
 (E) 容器壁對球 A 之作用力量值為 $\frac{\sqrt{3}W}{3}$ 。

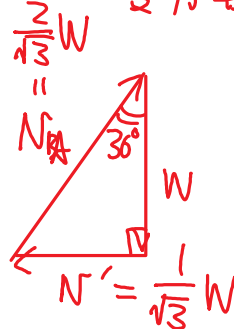
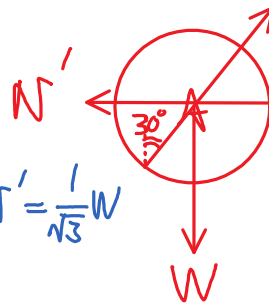
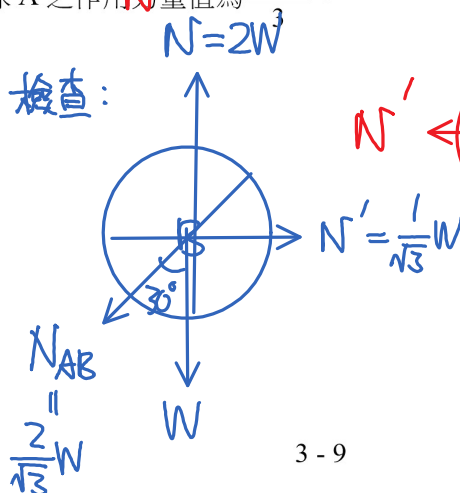


$$N = 2W \#$$

N_{BA} 在 AB 連心線上

外面的部分
受力較單純

檢查:



處處張力不一定相等

但水平張力仍處處相等

張力相等

6. 一重量為 W 的均勻柔軟鐵鍊懸吊於兩牆壁之間如右圖所示，角度已標示於圖中。已知圖中位置 D 與兩牆壁等距離，則

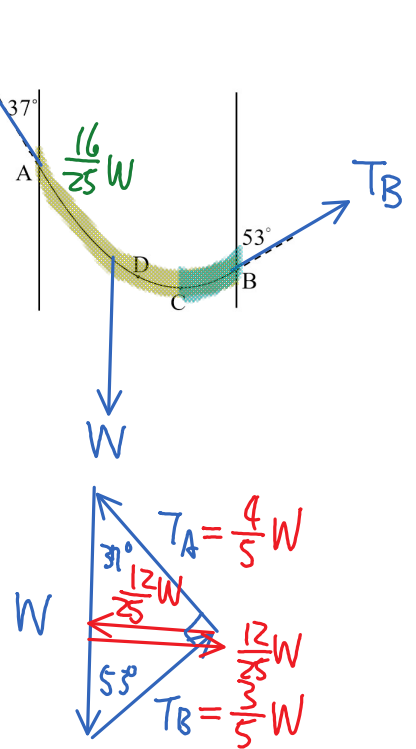
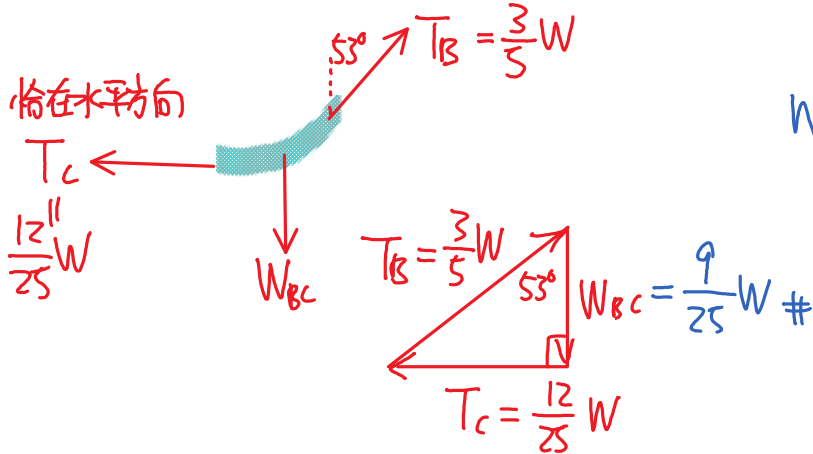
$$T_{Dx} = T_{Ax} = T_{Bx}$$

(1) D 處鐵鍊張力的水平分量為：

- (A) $\frac{18W}{25}$ (B) $\frac{12W}{25}$ (C) $\frac{9W}{25}$ (D) $\frac{7W}{25}$ (E) $\frac{4W}{25}$ 。

(2) 位置 C 為鐵鍊的最低點，則 BC 段的鐵鍊重量為：

- (A) $\frac{13W}{25}$ (B) $\frac{12W}{25}$ (C) $\frac{9W}{25}$ (D) $\frac{7W}{25}$ (E) $\frac{4W}{25}$ 。



張力確實不同

7. 右圖中，人站在平台上，人 80 公斤重，平台 40 公斤重，忽略滑輪的重量與摩擦力。則

(1) 人需施力多少公斤重才能平衡？

$$40 \text{ kg} \#$$

(2) 平台給人的力為多少公斤重？

$$N = 40 \text{ kg} \#$$

