

§4-4 摩擦力

教學單元目標：

- ※ 知道靜摩擦力與動摩擦力的意義及不同處。
- ※ 知道兩物體間的動摩擦力是反抗兩者作相對運動。
- ※ 了解動摩擦力恆為定值。
- ※ 知道動摩擦力與正向力的關係。

範例：

1. 下圖中有一質量為1.0 kg的物體靜置在一水平的桌面上，某人以一水平力 F 試著拉動此物體。施力的大小隨時間而成正比例地增加，拉力 F 和時間 t 的關係如下圖16所示。結果發現當 $t = 4$ s時，物體開始滑動。此後繼續施力直至 $t = 8$ s時結束。假設此物體和桌面之間的靜摩擦和動摩擦係數的差異很小，試根據下圖，回答下列問題。

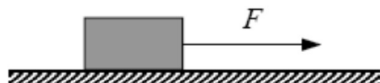
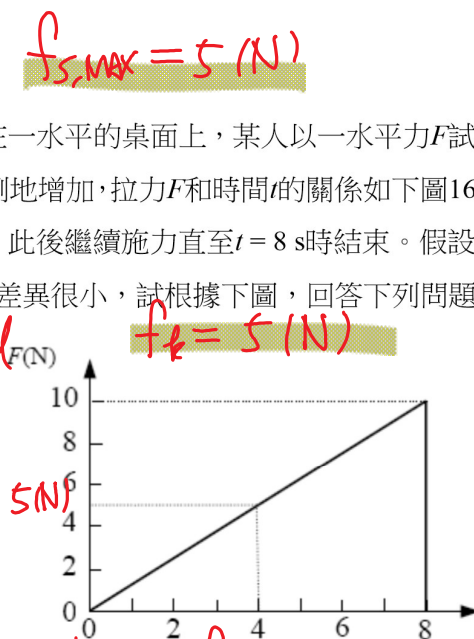
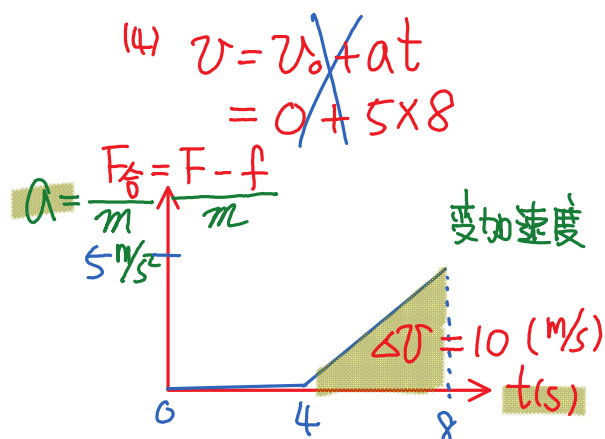


圖 15



- (1) 當 $t = 2$ s時，物體所受的摩擦力為何？ 未動, $f_s = F(2) = 2.5 \text{ (N)}$ #
- (2) 當 $t = 6$ s時，物體所受的摩擦力為何？ 已動, $f_k = 5 \text{ (N)}$ #
- (3) 當 $t = 8$ s時，物體的加速度為何？ $10 - 5 = 1a \Rightarrow a = 5 \text{ (m/s}^2\text{)} \#$
- (4) 當 $t = 8$ s時，物體的速率為何？ $F(8) \quad f_k$
- (5) 在 $t = 8$ s後，物體將繼續滑行多少公尺後，才會停止？



(5) 只剩 $f_k = 5 \text{ (N)}$
 $a' = -5 \text{ (m/s}^2\text{)} \quad \text{向左}$
 $(v \text{ 向右})$
 $t = \frac{10}{5} = 2 \text{ (s)}$
 $\Delta x = 10 \times 2 + \frac{1}{2} (-5) \times 2^2$
 $= 10 \text{ (m)} \#$

另解：

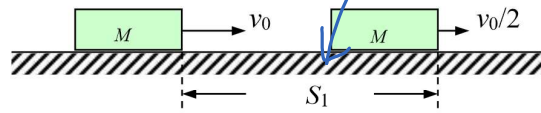
$0^2 = 10^2 + 2(-5)\Delta x$
 $\therefore \Delta x = 10 \text{ (m)} \#$

$v = v_0 + \Delta v = 0 + 10 = 10 \text{ (m/s)} \#$

$$-f_k = m(-a)$$

2. 質量 M 的木塊在水平地面上以初速度 v_0 滑出。已知木塊與地面間的動摩擦係數為 μ_k ，回答下列各問題。 [93指考]

- (1) 若木塊滑行一段距離 S_1 後，速度變成 $v_0/2$ ，求 S_1 。
 (2) 試問木塊滑行多少時間(以符號 t_1 表示)後，速度由 v_0 變成 $v_0/2$ 。

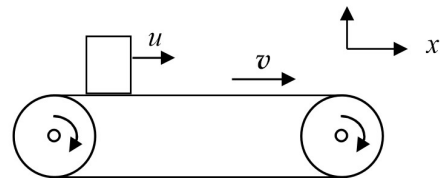


$$\begin{aligned} (1) \quad \left(\frac{v_0}{2}\right)^2 &= v_0^2 + 2\left(\frac{-f_k}{m}\right)S_1 \\ &= v_0^2 + 2(-\mu_k g)S_1 \end{aligned}$$

$$\therefore S_1 = \frac{3v_0^2}{8\mu_k g} \#$$

$$\begin{aligned} (2) \quad \frac{v_0}{2} &= v_0 + (-\mu_k g)t_1 \\ \therefore t_1 &= \frac{v_0}{2\mu_k g} \# \end{aligned}$$

3. 一水平輸送帶恆以等速度 v 沿 $+x$ 方向移動，在時刻 $t = 0$ 時，將一質量為 m 的箱子以水平速度 $u = 0$ 置於輸送帶上，如圖所示。若箱子與輸送帶之間的靜摩擦係數為 μ_s ，動摩擦係數為 μ_k ，重力加速度為 g ，則



[91 指考改]

- (1) 當時間 t 為多少時，箱子的速度會等於輸送帶的速度？
 (2) 在時刻 $t = 0$ 時，箱子所受的淨力為何？
 (3) 當箱子的速度等於 v 時，箱子所受的摩擦力為何？

$t=0$

$f_k = \mu_k mg \#$

$\mu_k mg = ma, a = \mu_k g$

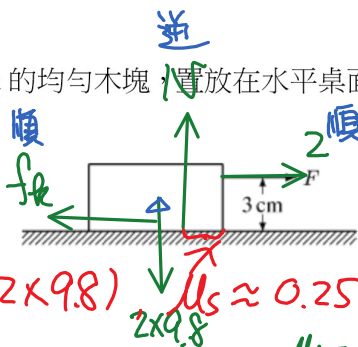
經過 $t = \frac{v}{\mu_k g}$ 時，追上 (物速 v) $\#$

$\star$ (3) 沒有相對運動 $\cancel{f_s = \mu_s mg}$

也沒有想相對運動

$F = 0 \#$ 慣性向右

4. 質量 2.0 kg ，長、寬、高為 $5.0 \text{ cm} \times 5.0 \text{ cm} \times 4.0 \text{ cm}$ 的均勻木塊，置放在水平桌面上。在距桌面高 3 cm 處，施一水平力 F 向右，已知 $F = 5.0 \text{ N}$ 時方能拉動靜止的木塊，木塊拉動後， $F = 2.0 \text{ N}$ 即可使之做等速滑動，則下列敘述哪些正確？
- (A) 木塊與桌面間之靜摩擦係數為 0.20 $5 = \mu_s (2 \times 9.8)$ $\mu_s \approx 0.25$
- (B) 木塊做等速度滑動時，作用於木塊的合力矩為零 $\mu_k = \frac{2}{2 \times 9.8} \approx 0.1$
- (C) 木塊做等速度滑動時，桌面施於木塊之正向力，對通過木塊質心（轉軸垂直於紙面）所施的力矩大小為 $0.06 \text{ N} \cdot \text{m}$ $(2.5 - x)N = 2 \times 2 + 1 \times 2 = 6 (\text{cm} \cdot \text{N}) = 0.06 (\text{m} \cdot \text{N})$ #
- (D) 木塊被拉動後，若 $F = 5.0 \text{ N}$ ，則木塊的加速度為 2.5 m/s^2
- (E) 當木塊以 $v = 1.0 \text{ m/s}$ 的等速率運動時，若改施以 $F = 4.0 \text{ N}$ 的力，則在 2 秒鐘後，木塊速率變為 3.0 m/s [92 指考]



(C)
$$f_k \quad F$$
$$2 \times 2 + 1 \times 2 = (2.5 - x)(2 \times 9.8)$$
$$\therefore x = 2.2 (\text{cm})$$

(D)
$$F \quad f_k$$
$$5 - 2 = 2a$$
$$\therefore a = 1.5 (\text{m/s}^2) \#$$

(E)
$$F \quad f_k$$
$$4 - 2 = 2a'$$
$$a' = 1 (\text{m/s}^2)$$
$$\therefore v = 1 + 1 \times 2$$
$$= 3 (\text{m/s}) \#$$

- *5. 設 g 為重力加速度甲、乙、丙三物體質量均為 M ，並排置於一水平桌上，並以一水平力 F 施於甲物體，如下圖所示。設甲、丙兩物體與桌面之摩擦可以忽略，而乙物體與桌面之靜摩擦係數為 0.7 ，動摩擦係數為 0.6 ，則下列敘述何者正確？

尚未克服 $f_{s, \text{max}}$
靜止

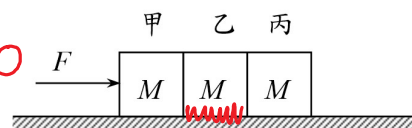
(A) 當 $F=0.5Mg$ 時，甲物體施於乙物體之力為 $0.5Mg$

(B) 當 $F=0.5Mg$ 時，乙物體施於丙物體之力為 $0.5Mg$ ~~○~~

(C) 當 $F=3Mg$ 時，三物體之加速度均為 $0.8g$

(D) 當 $F=3Mg$ 時，甲物體施於乙物體之力為 $2.2Mg$

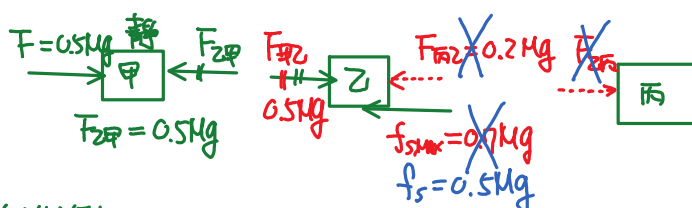
(E) 當 $F=3Mg$ 時，乙物體施於丙物體之力為 $0.8Mg$ [86 聯考]



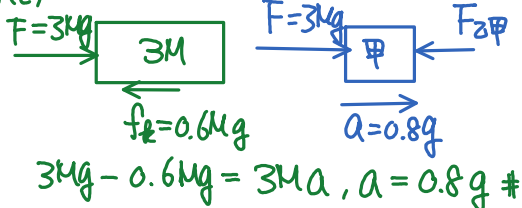
$$f_{s, \text{max}} = 0.7Mg$$

$$f_k = 0.6Mg$$

(A)(B)

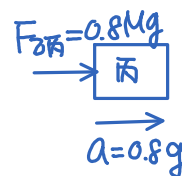
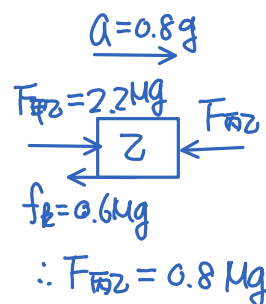


(C)(D)(E)

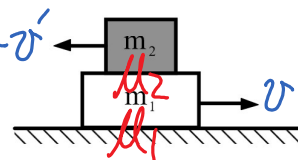


$$3Mg - F_{2\text{甲}} = M \times 0.8g$$

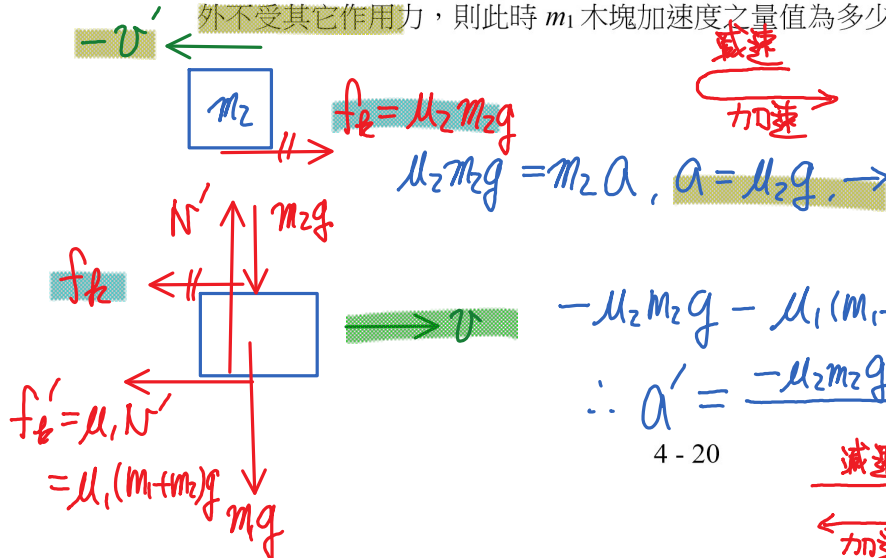
$$\therefore F_{2\text{甲}} = 2.2Mg \#$$



6. 有二長方體木塊，質量分別為 m_1 及 m_2 ，設 m_1 木塊與水平桌面間之動摩擦係數為 μ_1 ，二木塊間之動摩擦係數為 μ_2 。若 m_1 木塊在桌面上向右滑動時， m_2 木塊相對於 m_1 木塊則有向左的滑動，如右圖所示。設木塊在水平方向除摩擦力外不受其它作用力，則此時 m_1 木塊加速度之量值為多少？ [84 聯考]



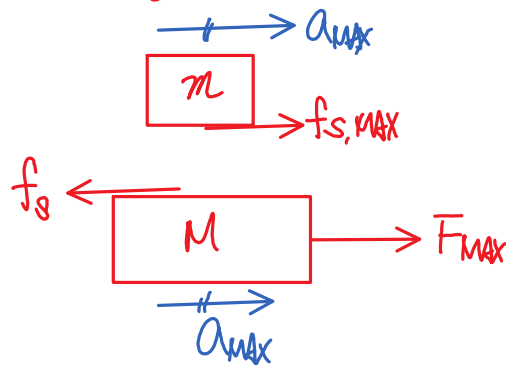
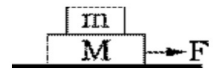
外不受其它作用力，則此時 m_1 木塊加速度之量值為多少？ [84 聯考]



$$-\mu_2 m_2 g - \mu_1 (m_1 + m_2) g = m_1 a'$$

$$\therefore a' = \frac{-\mu_2 m_2 g - \mu_1 (m_1 + m_2) g}{m_1} \quad (\text{向左}) \#$$

- * 7. 設重力加速度之量值為 9.8 m/s^2 ， $m=3 \text{ kg}$ ， $M=5 \text{ kg}$ ，靜置於光滑水平面上，如圖所示，若 m 和 M 間的靜摩擦係數 $\mu_s=0.5$ ，今在 M 施水平拉力 F 使物體加速，欲保持 m 和 M 之間無相對運動，則 F 的量值可能為何？
~~(A) 30 N~~ ~~(B) 35 N~~ (C) 40 N (D) 45 N (E) 50 N



$$\begin{cases} 0.5(3 \times 9.8) = 3 a_{\max} \\ F_{\max} - 0.5(3 \times 9.8) = 5 a_{\max} \end{cases}$$

$$\therefore a_{\max} = 4.9 \text{ (m/s}^2\text{)}, F_{\max} = 39.2 \text{ (N)}_{\#}$$

8. 如圖所示，先將質量 M 為 1.5 kg 的金屬板置於光滑水平面上，再將質量 m 為 0.5 kg 的木塊置於金屬板上，金屬板與木塊之間的靜摩擦係數為 μ_s 。今施一漸增的外力 F 沿水平方向拉動木塊 m ，當木塊與金屬板間開始相對滑動時， F 恰為 7.8 N ，則 μ_s 值最接近下列何者？

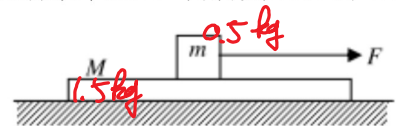
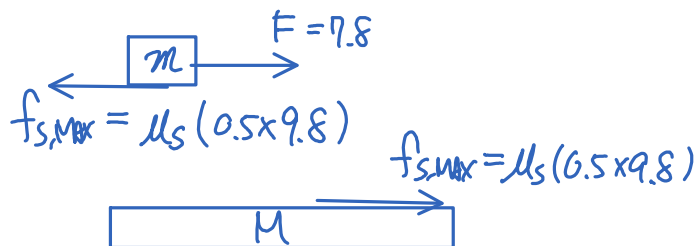


圖 3

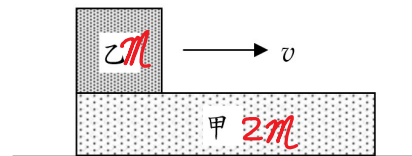


$$\begin{cases} 7.8 - \mu_s(0.5 \times 9.8) = 0.5 a \\ \mu_s(0.5 \times 9.8) = 1.5 a \end{cases}$$

$$\therefore \mu_s = 1.2, a = 3.9 \text{ (m/s}^2\text{)}_{\#}$$

- ~~(A) 1.2~~ (B) 0.8 (C) 0.4 (D) 0.2 (E) 0.05 [99 指考]

9. 如右圖所示，在光滑水平面上有相互重疊之甲乙兩木塊，其質量各為 $2m$ 與 m 。起初，甲木塊靜止在水平面上，而乙木塊在甲木塊上之左緣以初速 v 向右運動。已知甲乙兩木塊之間的動摩擦係數為 μ_k ，回答以下各問題(以 m 、 v 、 μ_k 及重力加速度 g 表示)。



[95 指考]

- (1) 假設甲木塊夠長，使得乙木塊不會掉落到水平面上。一段時間後，甲乙兩木塊以同一速度 v_f 運動，求 v_f 。
- (2) 承(1)小題，求甲乙兩木塊達到同一速度 v_f 所需的時間。
- (3) 若不計乙木塊之長度，則甲木塊至少要多長，乙木塊才不會自甲木塊上掉落？

$$-f_k = -\mu_k mg = ma$$

$$a = -\mu_k g$$

$$f_k = \mu_k mg = 2ma'$$

$$a' = \frac{1}{2}\mu_k g$$

$$\Delta x_{\text{乙}} = v \left(\frac{2v}{3\mu_k g} \right) + \frac{1}{2} (-\mu_k g) \left(\frac{2v}{3\mu_k g} \right)^2$$

$$\Delta x_{\text{甲}} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}\mu_k g \right) \left(\frac{2v}{3\mu_k g} \right)^2$$

$$L = \Delta x_{\text{乙}} - \Delta x_{\text{甲}} = \frac{v^2}{3\mu_k g} \quad \#$$

$$\begin{cases} v_f = v + (-\mu_k g)t \\ v_f = 0 + \left(\frac{1}{2}\mu_k g\right)t \end{cases}$$

$$\therefore v_f = \frac{v}{3} \quad \#, \quad t = \frac{2v}{3\mu_k g} \quad \#$$

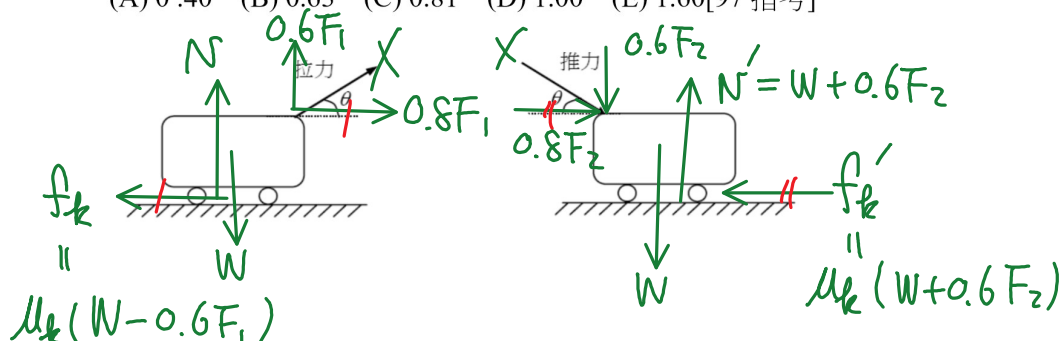
※ 動量守恆 $m \cdot v + 2m \cdot 0 = 3m \cdot v_f$

$$p = mv$$

$$\therefore v_f = \frac{v}{3}$$

10. 一人在水平地面上，分別以斜向上拉及斜向下推等兩種方式使行李箱等速度往前移動，若拉力及推力與水平面的夾角皆為 θ ，如圖所示。已知行李箱與地面的動摩擦係數為 0.30，且 $\sin \theta = 0.60$ ， $\cos \theta = 0.80$ ，則拉力大小為推力大小的幾倍？

(A) 0.40 (B) 0.63 (C) 0.81 (D) 1.00 (E) 1.60 [97 指考]



$$0.3(W - 0.6F_1) = 0.8F_1$$

$$\therefore F_1 = \frac{0.3W}{0.8 + 0.6 \times 0.3}$$

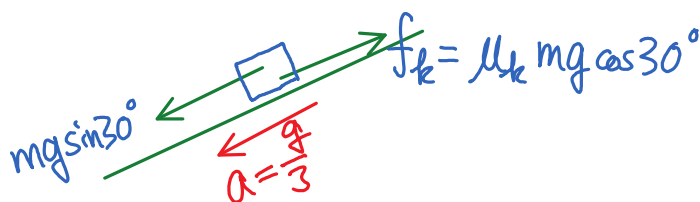
$$0.3(W + 0.6F_2) = 0.8F_2$$

$$\therefore F_2 = \frac{0.3W}{0.8 - 0.6 \times 0.3}$$

$$\therefore \frac{\text{拉 } F_1}{\text{推 } F_2} = \frac{0.8 - 0.6 \times 0.3}{0.8 + 0.6 \times 0.3} \approx 0.63 \#$$

(B)

11. 一木塊沿著一斜面以等加速運動下滑。若斜面的傾斜角為 30° ，木塊沿斜面下滑的加速度為 $\frac{g}{3}$ ，(其中 g 為重力加速度)，則動摩擦係數 μ_k 的值為多少？



$$mg \sin 30^\circ - \mu_k mg \cos 30^\circ = m \frac{g}{3}$$

$$\therefore \mu_k = \frac{\sqrt{3}}{9} \#$$

*12. 如圖所示，在一斜角為 θ 、固定於水平地面的斜面上 L 處，有一質量為 m 的物體

以 v 的初速度上滑，物體與斜面間的靜摩擦係數為 μ_s ，動摩擦係數為 μ_k ，物體可達到的最高點 H 的垂直高度為 h 。重力加速度為 g ，並忽略空氣阻力，則下列敘述哪

些項正確？ [98 指考]

(A) $h = \frac{v^2}{2g}$

(B) $h = \frac{v^2}{2g(\sin\theta + \mu_k \cos\theta)}$

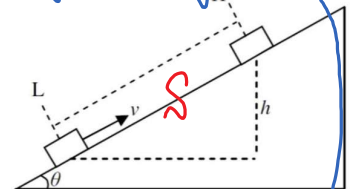
(C) L 至 H 的長度為 $\frac{v^2}{2g(\sin\theta + \mu_k \cos\theta)}$

(D) 若 $\mu_s > \tan\theta$ ，物體在 H 處的加速度為零

(E) 當物體到達 H 處即將下滑的瞬間，物體的加速度為 $g(\sin\theta - \mu_s \cos\theta)$

$$-mg\sin\theta - \mu_k mg\cos\theta = ma$$

$$\therefore a = -g\sin\theta - \mu_k g\cos\theta$$

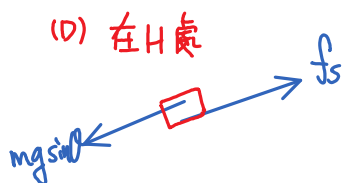


$$S = v \left(\frac{v}{g\sin\theta + \mu_k g\cos\theta} \right) + \frac{1}{2} (-g\sin\theta - \mu_k g\cos\theta) \left(\frac{v}{g\sin\theta + \mu_k g\cos\theta} \right)^2$$

$$\text{另解: } 0^2 = v^2 + 2aS$$

$$\therefore S = \frac{v^2}{2(g\sin\theta + \mu_k g\cos\theta)}$$

$$\Rightarrow h = S \cdot \sin\theta = \frac{v^2 \sin\theta}{2(g\sin\theta + \mu_k g\cos\theta)} \#$$



當 $mg\sin\theta > f_{s,\max}$ 才會滑下

$$\Rightarrow \tan\theta > \mu_s \text{ 才會滑下}$$

(E) 若可滑下

$$f_{s,\max} = \mu_s mg\cos\theta$$

$$a = \frac{mg\sin\theta - \mu_s mg\cos\theta}{m} \#$$